

Gráficas estadísticas: perspectiva desde la educación matemática

María Candelaria Espinel Febles

Universidad de La Laguna

RESUMEN

Los gráficos estadísticos acompañan a las publicaciones especializadas y también son una poderosa herramienta de comunicación social. En este trabajo se proponen algunas reflexiones sobre cómo conducir la visualización de datos estadísticos para la formación del profesorado.

Las principales cuestiones que consideraremos son:

- Fenomenología social de las gráficas estadísticas y epistemología,
- Imágenes y percepción de la información desde la psicología cognitiva y
- Perspectiva desde la educación matemática y presencia en el currículo.

ABSTRACT

The graphic statistics appear near specific publications and also are a powerful tool of social communication. In this work we note some reflections about how to conduce statistic data visualization for the teaching formation.

The main issues what we think over are:

- The social phenomenology and epistemology of graphic statistics,
- The image and perception of information graphic from cognitive science and
- View since mathematics education and presence in the curriculum.

1. Introducción

Las representaciones gráficas de datos estadísticos son hoy tremendamente populares. Se pretende comunicar los datos de forma visual para que el ciudadano extraiga información y tome decisiones.

Los medios de comunicación escritos recurren a multitud de gráficos para dar información económica, deportiva... también la televisión y la propaganda recurren a este sistema. La forma de comunicar debe ser entretenida y persuasiva pero sin distorsionar la información que sirve de base para construir el gráfico. La función de los gráficos cuantitativos es informar.

Muchos diseñadores de gráficos subordinan el objetivo de informar a otros objetivos. Los gráficos de periódicos y revistas populares, a veces, distorsionan los mensajes con fuertes colores y perspectivas panorámicas. Con el despliegue de imágenes se pretende persuadir a través del gran poder de visualización que tenemos los humanos.

Cuando están bien organizados los datos parece que hablan. Los gráficos son uno de los caminos más efectivos para comunicar la información. Un buen gráfico frecuentemente muestra hechos sobre los datos que sería difícil o imposible detectar desde una tabla. El gráfico no ha de ser más complicado de lo necesario, pero sí ha de captar la atención del que lo ve. Cuando contemplamos un gráfico evitamos los detalles, nos quedamos con un patrón. El ojo humano y la mente ven más en un gráfico que cualquier ordenador.

A pesar del despliegue imaginativo, la comprensión de los gráficos requiere un entrenamiento que puede realizarse en clase de Matemáticas. Y puesto que la tendencia es que cada vez haya más gráficas en la vida cotidiana, el Diseño Curricular Base recoge como un objetivo general del área de Matemáticas analizar de forma crítica los gráficos presentes en las noticias.

Orientamos este trabajo sobre las representaciones gráficas estadísticas a la formación del profesorado, supuesto un conocimiento de los contenidos elementales de Estadística. A lo largo de la exposición se consideran cuestiones como análisis fenomenológico y epistemológico desde un punto de vista social y el problema de la percepción de las gráficas desde el punto de vista de la Psicología Cognitiva, en particular, algunos métodos gráficos multivariantes. Además, analizamos la presencia de las gráficas en el curriculum no universitario teniendo en cuenta el D.C.B. de Primaria y Secundaria.

Esperamos que este trabajo sea una ayuda para abordar el proceso de enseñanza-aprendizaje cuando el profesor realice una planificación activa y fenomenológica del tema, puesto que ha de preparar al alumno para evaluar

información del mundo que le rodea para que llegue a ser un consumidor inteligente.

2. Fenomenología social de las gráficas

Invitamos al lector a observar y reflexionar sobre cada uno de los tres primeros gráficos que se presentan.

El gráfico 1 corresponde a un informe emitido por la administración pública en los medios de comunicación.

* El estado de la reserva de agua para consumo.

(El País, 23.7.95)

En este primer gráfico llama la atención los iconos o gráficos figurativos. Todos observamos que la jarra de agua que ponemos sobre la mesa está casi vacía, en varias regiones del país. El círculo negro con otro en el interior blanco resulta más dudoso de asignarle un significado. A unas personas les recuerda un túnel, una galería o una tubería, para otras es un pozo, una charca, una gota de agua... El gráfico está sacado de un informe emitido por Obras Públicas en un año que se caracterizó por la escasez de precipitaciones.

El segundo gráfico que se muestra corresponde a ciencias de la vida.

* Cambios de presión sanguínea.

(Diccionario Enciclopédico, El País, 1994)

Este gráfico 2 está tomado de un diccionario enciclopédico de los que suelen utilizar los escolares. Además el gráfico lineal, comienzo de serie temporal, se adorna con dibujos que aluden a las actividades, levantarse o hacer ejercicio, que suponen un cambio de presión.

El gráfico 3 se ha tomado de un diccionario tecnológico tipo enciclopedia.

* Brucelosis.

(Nueva enciclopedia de la Ciencia y la Técnica, Sarpe, 1986)

Estas gráficas-tabla se utilizan para mostrar: temperatura, frecuencia cardiaca, frecuencia respiratoria y tensión arterial. El movimiento ondulatorio de la temperatura esto es, las subidas y bajadas continuas es un elemento característico de la brucelosis.

El mundo real es complejo. En una planilla como la que muestra esta gráfica 3, los asistentes técnico sanitarios recogen, para cada paciente, cuatro variables. La temperatura (T) con una escala de 36 a 42 en color rojo. La frecuencia cardiaca (P o FC) con escala 40-160 en amarillo. La frecuencia respiratoria (R o FR) con escala 10-70 en negro. Y la tensión arterial (O) con escala 300-3500, o también se suele encontrar indicada por (PA) con escala 0-200 en verde.

Las tres gráficas tomadas de la prensa, de un diccionario y de la práctica diaria en cualquier hospital respectivamente, muestran un lenguaje gráfico que ha entrado a formar parte de las herramientas más utilizadas en la comunicación social.

Hay también una demanda por parte de los científicos que necesitan conocimientos estadísticos para validar los resultados de sus investigaciones. Hoy las gráficas están presentes en las publicaciones especializadas y muchas veces el científico recurre a ellas obligado a realizar una labor de síntesis, para adaptar la enorme cantidad de información y que sea conocida por la sociedad.

Los campos que sustentan a la Estadística son muy amplios y también las situaciones en las que se presentan y emplean análisis estadísticos:

- Ciencias de la vida: Biología, Medicina
- Administración Pública: Movimientos de población, agricultura, ganadería, industria, comercio, sanidad, turismo...
- Economía: Control de calidad, problemas de decisión...
- Psicología: Fiabilidad de test, buscar patrones que relacionen variables...

El crecimiento de los campos donde se aplica la Estadística ha ocasionado que aparezcan ramas de la Estadística como Biometría, Sociometría, Econometría, Psicometría,... poniendo de manifiesto las necesidades sociales de la Estadística.

La Estadística se muestra como una actividad humana en los distintos campos. La fenomenología didáctica trata de ser un camino para mostrar al profesor los lugares por donde el aprendiz debe caminar en el proceso de aprendizaje humano.

El análisis fenomenológico, según Freudenthal (1983), es una tarea previa a todo desarrollo curricular para conocer cuál es el conjunto de fenómenos que hay que tomar en consideración para presentarlos en el desarrollo curricular.

La fenomenología didáctica intenta aportar un camino para mostrar al profesor los lugares por donde debe caminar el proceso de aprendizaje, teniendo en cuenta los fenómenos sociales en los que se sustenta el tema. Con posterioridad, el profesor ha de buscar aquellos fenómenos del entorno que puedan matematizarse y que permitan que el niño adquiera el concepto matemático. Éste ha sido el sentido de la reflexión sobre los primeros tres gráficos.

3. Reflexión epistemológica

Continuando con el planteamiento de Freudenthal: las Matemáticas son un instrumento cognitivo para organizar, estructurar y matematizar partes de la realidad.

Hay que volver a la historia y comprobar cómo fue descubierto cada conocimiento en su época.

En este sentido, la mayoría de las gráficas estadísticas son de naturaleza cartesiana (Fox – Scott, 1990). Las primeras gráficas estadísticas fueron construidas por no matemáticos (Castelnuovo, 1995). Así el inventor de gráficos estadísticos muy populares, como histogramas, gráficos de sectores y diagramas lineales, fue el ingeniero escocés Willian Playfair, luego convertido en economista. De joven recibió instrucción de un hermano matemático sobre geometría cartesiana. Como ingeniero utiliza diagramas para mostrar la variación de presión con el volumen en las máquinas de vapor, así como la presión y el punto de ebullición. Luego se va a Londres y se introduce en el mundo de los negocios y el comercio y utiliza varios métodos gráficos para mostrar datos económicos. En particular, véase el gráfico 4 tomada del texto de Tuftle (1997).

* Willian Playfair, 1785

Utiliza dos curvas para describir la exportación desde Inglaterra a las Indias Orientales y la importación a Inglaterra desde las Indias Orientales. La distancia entre las curvas da la balanza exportación – importación.

Una de las primeras gráficas trazada, quizás para llegar al gran público, muestra el impacto de las condiciones de dureza de la campaña de Napoleón en Rusia. Hemos tomado la gráfica 5 junto con los comentarios que siguen del texto: For All Practical Purposes. Introduction to Contemporary Mathematics (Garfunkel, 1988).

* Campaña de Napoleón en Rusia, 1812

En 1861, Charles Minard, un ingeniero francés, utiliza este gráfico detallado y original para mostrar el impacto de las condiciones de dureza de las tropas de Napoleón durante la fracasada campaña de 1812. Unos 422000 hombres entran en Rusia y 100000 alcanzan Moscú, pero sólo 10000 vuelven. Las bandas gris y negra atraviesan el mapa de Europa oriental que en el gráfico de Minard muestra la ruta del gran ejército de Napoleón. El ancho de las bandas es proporcional al número de la tropa superviviente. Como el número de supervivientes mengua, el río de soldados se estrecha poco a poco. En el extremo del gráfico, Minard muestra la temperatura durante la retirada invernal desde Moscú. La disminución de las temperaturas y la merma del ejército se unen en la famosa derrota.

Las dos citas históricas anteriores sobre los primeros gráficos publicados confirman el origen no matemático de las gráficas estadísticas.

Los gráficos estadísticos han tardado en ser aceptados por la comunidad científica y en concreto por los matemáticos que los han considerado, durante mucho tiempo, una técnica poco precisa. La revista JASA (Journal of

the American Statistical Association) se comenzó a publicar en 1839, y 145 años después Cleveland apunta que los gráficos no tienen carácter científico siendo vitales para el análisis estadístico.

Conviene leer y reflexionar sobre el siguiente párrafo tomado de: Cleveland; McGill (1984). Graphical Perception: Theory, Experimentation, and Application to the Development of Graphical Methods. Journal of the American Statistical Association (JASA). 79, 387, 531-554:

«Hoy los gráficos son una parte vital del análisis estadístico de datos y una parte vital de la comunicación en ciencia y tecnología, negocios, educación, y un medio de masas. Con todo, diseñar gráficos para analizar y representar datos es en gran parte no científico».

Curiosamente, Tufle (1997) da por cierto que la excelencia de los gráficos estadísticos consiste en comunicar ideas complejas con claridad, precisión y eficacia.

4. Gráficas desde la Psicología Cognitiva

4.1. *Percepción gráfica*

Se suelen hacer representaciones gráficas cuando se quiere presentar algún resultado de manera que se capte fácilmente y de un solo golpe de vista. Generalmente, se puede ampliar la información leyendo los textos que acompañan al gráfico.

Sin embargo, para muchas personas la primera palabra que le viene a la mente cuando piensan sobre un gráfico estadístico es que puede encerrar alguna «mentira».

Existen imágenes engañosas, ilusiones óptico-geométricas, ilusiones fisiológicas, ilusiones de movimiento, ilusiones psicológicas... que engañan a los ojos y confunden nuestra percepción. Volvamos a observar el gráfico 1.

* El estado de la reserva de agua para consumo
(El País, 23.7.95)

El sistema visual a veces presenta una visión distorsionada de la realidad. Por ejemplo, un círculo rodeado por otro mayor parece más pequeño. Éste es el truco perceptivo que se emplea en la gráfica 1, para que los españoles ahorremos agua.

Para presentar información ésta se puede facilitar evitando las posibles distorsiones perceptivas. Por ejemplo, si se quieren comparar dos barras no alineadas se facilita la tarea si éstas se enmarcan en rectángulos de igual longitud que sirvan de marco (Cleveland-McGill, 1984). Véase la gráfica 6.

* Cable en Europa

Para indicar la Penetración (% sobre el total de hogares con televisión) se recurre a un rectángulo de fondo claro que hace de marco y sobre en él se resalta en negro el porcentaje para cada país. Sin embargo, no se sigue esta estrategia para las barras de los millones de usuarios. Para hogares cableados se utiliza un gráfico de sectores de fondo oscuro. Se sabe que las cosas de color claro parecen más grandes si se destacan sobre un fondo oscuro.

Han sido principalmente psicólogos los que se han ocupado de investigar sobre percepción de los gráficos (Fox-Scott, 1990; Simdin-Hastie, 1987; manual Systat 1997).

Pero aún se conoce poco sobre cómo la mente humana procesa los gráficos y diagramas. A menudo se confía en la intuición para decidir si un gráfico es bueno o malo y no se sabe el daño que puede causar un mal gráfico.

Por ejemplo, ha existido un cierto debate sobre cómo se favorece la presentación de porcentajes con sectores, barras o tablas (Fox, 1990). Ésta es una duda que a veces plantean también los alumnos. Parece que sólo se encuentran diferencias significativas al unir modalidades. Por ejemplo, si tenemos cuatro modalidades (A,B,C,D) y se quiere comparar, $A + B$ contra $C + D$. En ese caso se obtienen mejores resultados con gráficos de sectores.

Hoy los elementos gráficos que se suelen utilizar para mostrar proporciones y porcentajes son: tablas, barras, sectores, poliedros, líneas verticales y horizontales, sectores convertidos en elipsoides y cilindros. La diferencia entre recurrir a un elemento u otro no parece ser muy grande (Fox-Scott, 1990).

Se sabe que los procesos elementales de percepción en gráficos de barras son: medir, proyectar y superponer (Simdin-Hastie, 1987). Se puede comprobar en el gráfico 7.

* Composición media de residuos sólidos urbanos.

Si el lector no lee los porcentajes y quiere comparar los residuos sólidos de papel y cartón del año 1981 con los de 1981, recurre a alguno de los tres procesos citados.

Según Willian S. Cleveland (1984), estadístico en los Laboratorios AT&T Bell, USA, las tareas perceptivas elementales que la gente utiliza para extraer información cuantitativa son:

- posición a lo largo de una escala común,
- posición a lo largo de una escala común no alineada,
- longitud,
- ángulo-pendiente,
- área,
- volumen-curvatura,

– sombreado-saturación del color-densidad.

Generalmente, en una misma gráfica están implicadas varias tareas perceptivas.

4.2. *Memorización de los gráficos*

Según Playfair (1786), uno de los principales beneficios de usar gráficas es porque ayudan a memorizar.

Se ha comprobado la impresionante habilidad cognitiva humana para la memorización de gráficos. Por ejemplo, Standing, Conezio y Haber en 1970, mostraron 2.500 dibujos, al menos 10 segundos. Después de 4 días, se reconocieron aproximadamente 2.000 de los dibujos (Fox-Scott, 1990).

Al recordar un dibujo hay, al menos, un 10 % de ventaja más que al recordar una frase.

4.3. *Lenguaje gráfico*

El diseño de gráficos estadísticos es una materia universal, no está limitado por una lengua particular. Algunos autores (Wegman-Carr, 1993) consideran su estudio inmerso en las representaciones semióticas.

Las representaciones semióticas o estudio de los signos son objeto de investigación desde diversos ámbitos. Existen varias formas de organizar el lenguaje gráfico, por ejemplo, Piaget propone señales, indicios, signos y símbolos. Para las gráficas estadísticas nos parece apropiada la siguiente clasificación de Peirce:

Iconos, alto parecido con lo que representan.

Indicios, dan una pista de aquello que representan.

Símbolos, representaciones de carácter arbitrario.

(Alonso-Forces-Fernández, 1993).

Un ejemplo de uso de iconos es la jarra de agua que aparece en el gráfico 1 ó la cama en el gráfico 2. El estado de la reserva de agua para consumo utiliza una jarra como un diagrama de barras, mientras que en los cambios de presión sanguínea el símbolo no forma parte de la gráfica.

Sin duda con la llegada del ordenador se ha mejorado la representación visual de datos estadísticos y ello facilita el detectar hechos importantes, descubrir patrones, en los datos. También al ordenador se deben varios de los métodos que han surgido en los últimos veinte años para representar datos multivariantes mediante gráficos figurativos o iconos, y que comentamos a continuación de una forma muy somera.

4.4. Gráficos para el estudio estadístico de varias variables

El primer paso en el análisis de datos ha sido estudiar la distribución de una variable. El interés por representar la relación entre dos o más variables resulta evidente. Para ello se acude a diagramas de barras múltiples, diagramas de dispersión, iconos, etc.

Los diagramas de barras múltiples son frecuentes cuando hay un número reducido de categorías.

En el diagrama de dispersión, los puntos son pares de observaciones. Si se utiliza el valor de una tercera variable hay que recurrir a un símbolo que identifique al grupo. En la práctica, se recurre a diagramas de dispersión con símbolos superpuestos, donde los diferentes símbolos nos permiten distinguir las variables. Se sabe que los humanos estamos bien dotados para reconocer y procesar patrones. Es decir, tenemos muy desarrollada la percepción gráfica por lo que podemos comparar diferentes subgrupos.

Las matrices de diagramas de dispersión se utilizan para examinar relaciones entre múltiples variables.

Existen diseños muy sofisticados como el que se muestra en la gráfica 8.

* Diagrama para mostrar relaciones meteorológicas.

Este gráfico veleta se utiliza para analizar la cantidad de radiación solar, velocidad, dirección del viento y temperatura. El centro de los círculos corresponde a las coordenadas dadas por radiación solar y media del nivel de ozono en diferentes días. Los puntos relacionan estas dos variables: nivel de ozono y radiación solar. El diámetro del círculo es proporcional a la temperatura diaria máxima. La línea es inversamente proporcional a la velocidad del viento. La orientación de la línea corresponde a la dirección del viento. Por tanto, el gráfico muestra la relación entre cinco variables y permite detectar algunas pautas globales en los datos. Por ejemplo, dado un determinado nivel de radiación solar, el ozono vemos se incrementa como crece la temperatura y decrece la velocidad del viento. La dirección del viento no parece tener influencia en estos datos.

La búsqueda de métodos que reflejen la información cuando el número de variables aumenta ha llevado a destinar una componente gráfica para cada variable. La asignación variable-componente la realiza el programa de ordenador de forma automática, mostrando una figura o icono para cada caso. El término «glyph» o icono es muy amplio en Estadística, alude a cualquier símbolo dibujado que muestre datos pero cambiando la apariencia del símbolo (Wegman-Carr, 1993). La mayoría se ha diseñado a partir de los años 50. Algunos, como las caras de Chernoff (1973), han tenido una amplia aceptación y ya se encuentran implementados en algunos paquetes estadísticos como el SYSTAT5. Véase los gráficos 9 y 10.

* Tratado de Mastricht

(El Mundo, 8.6.1997)

Se muestran los datos sobre inflación, tipos de interés, déficit público y deuda pública que presentan los 15 países que optan a la unión monetaria, y los límites establecidos por Mastricht. Se exponen los datos mediante tres métodos gráficos multivariantes (perfiles, estrellas y caras).

Los distintos métodos se distinguen de los gráficos más tradicionales por no ajustarse al habitual sistema de coordenadas cartesianas y por posibilitar la representación multivariante de un conjunto de variables cuantitativas clasificadas en función de una variable cualitativa (casos). De los numerosos métodos existentes, destacamos tres:

– Perfiles, donde hay tantas barras como variables, y la longitud de cada barra es proporcional a la correspondiente variable. El perfil se refiere a lo más alto de las barras; a veces el perfil se presenta unido por una línea continua.

– Estrellas o polígonos, son perfiles determinados por segmentos que parten de un centro común y cuya longitud se corresponde con el valor que la cada variable representa.

– Caras de Chernoff, donde cada variable viene representada por un rasgo de la cara.

El orden de asignación de variables a las características del rostro que por defecto (hasta 20) asigna el paquete estadístico Systat es:

1. Curvatura de la boca
2. Ángulo de las cejas
3. Anchura de la nariz
4. Longitud de la nariz
5. Longitud de la boca
6. Distancia del centro de la cara a la boca
7. Separación entre los ojos
8. Distancia de los ojos al centro de la cara
9. Inclinación de los ojos
10. Excentricidad de los ojos

...

Fundamentalmente, la interpretación de los tres métodos citados consiste en buscar formas parecidas o similitudes, o bien buscar diferencias manifiestas que nos ayuden a interpretar los datos con una simple observación visual.

Aunque la enseñanza de estos gráficos icono no se contempla en el currículum no universitario, son una muestra de como la llegada del ordenador ha impactado en la forma de hacer Estadística.

5. Perspectiva desde la educación matemática.

Presencia en el currículum

5.1. *Implicaciones para el profesor*

El Informe Cockcroft (1985) reconoce que en Inglaterra y Gales existe una insuficiente formación del profesorado para enseñar Estadística. En el texto «Teaching Statistical Concepts» (Hawkins-Jolliffe-Glickman, 1992) se afirma que esta situación se mantiene y es generalizable a otros países.

Por otro lado, la llegada del ordenador ha cambiado la forma de hacer Estadística. Textos como el de Tukey (1997) «Exploratory Data Analysis» EDA, han revolucionado la forma de realizar análisis de datos. El Análisis Exploratorio de Datos exige un constante uso de visualizaciones gráficas y recurre a técnicas resistentes y robustas para estudiar la relación entre dos o más variables.

5.2. *Reconocimiento internacional*

Existe un reconocimiento a nivel internacional de la Estadística y de la Enseñanza de la Estadística, una muestra de ello es la existencia de la Asociación Internacional para la Educación Estadística, IASE (Sección del ISI, International Statistical Institute, 1948)

La siguiente cita está tomada de una publicación, «The coming of Age of Statistical», de esta Asociación (Vere-Jones, 1995):

«Hay muchas razones para enseñar Estadística en las escuelas y en la universidad. Estas incluyen puntos tales como la necesidad de apreciar la utilidad de la Estadística en la vida diaria; el papel que juega el razonamiento estadístico en muchas disciplinas así como en los negocios y la industria; el apoyo estadístico puede dar sentido a los números, en el uso e interpretación de gráficos, y en promover la familiarización con ordenadores y calculadoras; la importancia de la información estadística en un gobierno efectivo y en la toma de decisiones en los negocios»

A nivel cotidiano, cuando se lee un periódico o un folleto publicitario, muchas veces observamos *los gráficos, no leemos*. El gráfico del periódico puede explicarnos, por ejemplo, el rendimiento deportivo de un equipo de fútbol a lo largo de la liga; el folleto publicitario, el beneficio que ha obtenido una empresa para animarnos a comprar acciones, etc. Se despliega toda una *artillería gráfica* muy expresiva, aunque a veces, desgraciadamente, manipulada y engañosa.

Expertos en teoría de la comunicación afirman que el hombre del siglo xx vive inmerso en una «burbuja icónica».

Los argumentos anteriores bastarían para justificar la prioridad que se asigna a los lenguajes gráficos, y en particular a las gráficas estadísticas, en los nuevos currícula de la Educación Primaria y Secundaria obligatoria, presididos por la idea de que la Educación Matemática debe contribuir a la formación del alumnado como futuros ciudadanos de una sociedad democrática y tecnológicamente avanzada.

En el *Diseño Curricular Base de Primaria* los contenidos relativos al tema de Estadística aparecen contemplados en el

Bloque 4: «Organización de la información».

En el *Diseño Curricular Base de Secundaria Obligatoria* se dedican dos bloques a Estadística:

Bloque 4: «Interpretación, representación y tratamiento de la información».

Bloque 5: «Tratamiento del azar».

La Comunidad Autónoma Canaria mantiene la propuesta del Ministerio para Primaria de este Bloque y para Secundaria Obligatoria publica (BOC, 26.8.95) una propuesta donde las gráficas estadísticas están presentes en todos los ciclos y cursos.

A nivel oficial se considera que el tema de las gráficas estadísticas debe tratarse en la Enseñanza Obligatoria. En el Currículum de los Bachilleratos sólo aparecen las distribuciones bidimensionales.

5.3. *Propuesta de organización de conocimientos y secuenciación*

Resumimos una posible ordenación del trabajo con gráficas por edades, teniendo en cuenta algunos de los conceptos matemáticos implícitos.

	EDAD	GRAFICAS	
Primaria	6-8	Objetos reales (Juguetes, Cubos)	
		Gráficos bloque Pictogramas (Uniformes)	Escala 1
	8-10	Gráfico de barras Tallo - hoja (Tabla)	Escala 2,5,10

EDAD	GRAFICAS
10-12	Polígono de frecuencias Escala 100,... Diagramas lineales (series temporales) Gráfico de sectores
Secundaria 12-14	Histograma Pictogramas (escala, proporción de la figura) Diagramas tallo - hoja (comparaciones) Diagramas de cajas (estadísticos de orden) Otros gráficos.
14-16	Nube de puntos Ajuste intuitivo
Bachillerato 16-18	Recta de regresión

Para terminar

Hemos presentado un recorrido parcial por las gráficas estadísticas. En la formación de un profesor faltan temas claves como todas las cuestiones de enseñanza y aprendizaje, en particular, pautas sobre construcción de gráficos, dificultades y errores más frecuentes, propuestas didácticas, materiales, evaluación... que esperamos formen parte de un futuro trabajo. Por otro lado hay que ser conscientes que la forma tradicional de trabajar la Estadística y más concretamente el análisis de datos cambiará totalmente cuando los alumnos tengan acceso a Internet.

Bibliografía

- AKAL (1993): *Matemáticas. Primaria*. Cambridge: Akal.
- ALONSO, A.; FORCES, J. M.; FERNÁNDEZ, M. P. (1993): «Hacia un lenguaje gráfico en la enseñanza». *Comunicación, Lenguaje y Educación*. 18, 55-66.
- CASTELNUOVO, E. (1995): «Las gráficas en Matemáticas: Un estudio histórico crítico». *Actas VII JAEM*, 7-13.
- CLEVELAND, W.; MCGILL, R. (1984): «Graphical Perception: Theory, Experimentation and Application to the Development of Graphical Methods». *Journal of the American Statistical Association*. 79, 387, 531-554.

- CLEVELAND, W. (Ed.) (1987): «Statistical Graphics. Special Applications Section». *American Statistical Association*, 82, 398, 419-475.
- COCKCROFT, W. H. (1985): *Las Matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC.
- ESPINEL, M. C.; NODA, M. A. (1992): «Análisis de datos a través de métodos gráficos». *Números*, 22, 29-36.
- ESPINEL, M. C.; BRUNO, A.; GARCÍA, J.A. (1995): «Diagramas para visualizar desigualdades y clasificaciones». *UNO*, 5, 5-66.
- FREUDENTHAL, H. (1983): *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- FOX, J.; SCOTT LONG, J. (1990): *Modern Methods of Data Analysis*. Sage Publications.
- GARFUNKEL, S. (1988): *For All Practical Purposes. Introduction to Contemporary Mathematics*. New York: Freeman and Company.
- HAWKINS, A.; JOLLIFFE, E.; GLICKMAN, L. (1992): *Teaching Statistical Concepts*. Longman.
- LANGE, J. de; VERHAGE, H. (1990): *Data Visualization*. OW&OC: Utrecht.
- SHAUGHNESSY, J. M.; GARFIEL, J.; GREER, B. (1996): *Data Handling International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- SIMDIN, D.; HASTIE, R. (1987): «An Information-Processing Analysis of Graph Perception». *American Statistical Association*, 82, 398, 554-565.
- SOCAS, M. y otros (1995): *Lectura e interpretación de gráficas cartesianas y estadísticas. Diseño de Material Curricular*. Santa Cruz de Tenerife: Consejería de Educación del Gobierno de Canarias.
- SYSTAT (1997): *Manual del Paquete Estadístico Systat (la misma casa del Paquete S.P.S.S.)*.
- TUFTLE, E. R. (1997): *The Visual Display of Quantitative Information*. Graphics Press.
- VERE-JONES, D. (1995): «The coming of Age of Statistical Education». *International Statistical Review*, 63, 1, 2-23.
- WEGMAN, E. J.; CARR, D. B. (1993): «Statistical Graphics and Visualization». C.R.Rao (Ed.) *Handbook of Statistics*. North-Holland. Vol. 9, 857-958.



Gráfico 1.

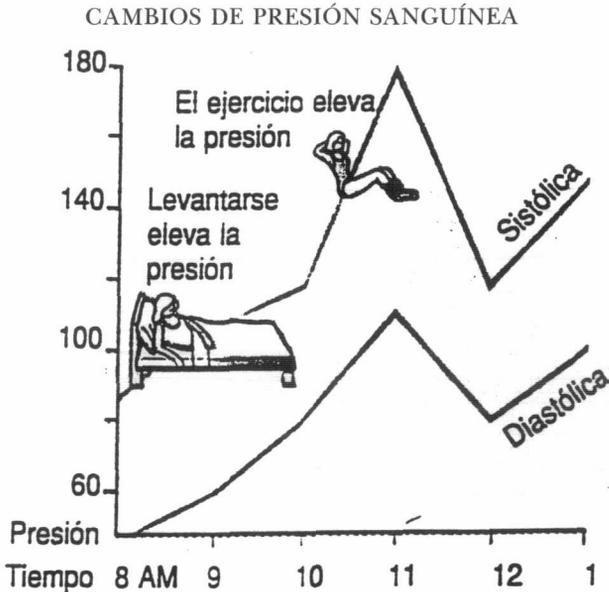


Gráfico 2.

BRUCELOSIS

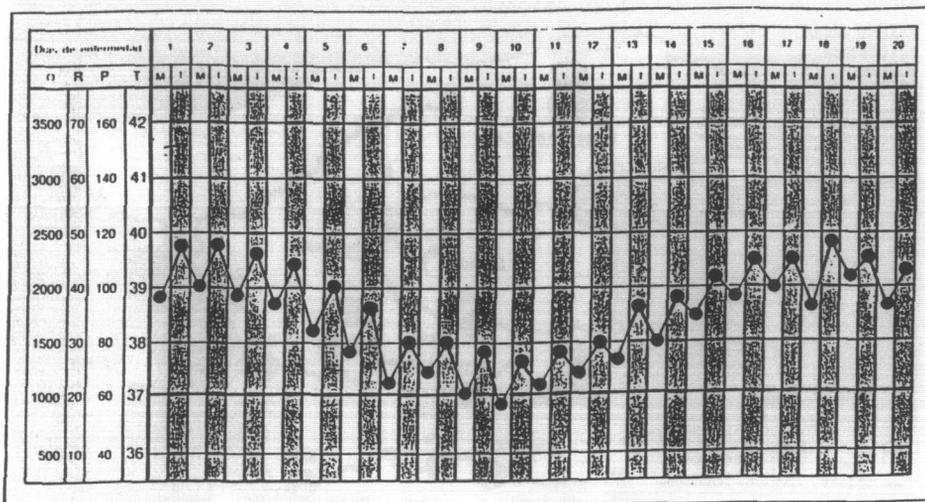


Gráfico 3.

CHART of EXPORTS and IMPORTS to and from the EAST INDIES
From the Year 1700 to 1780 by W. Playfair

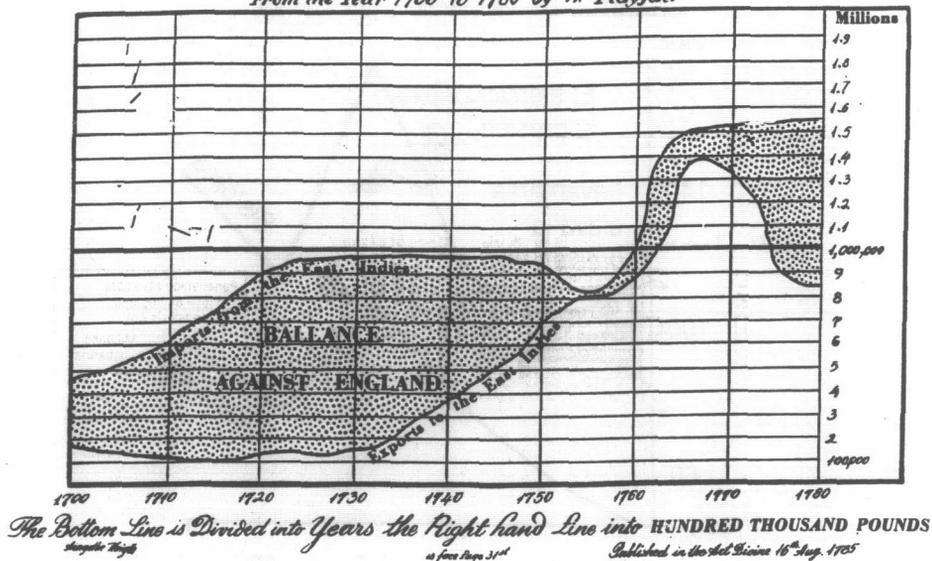


Gráfico 4.—Willian Playfair, 1785

CAMPAÑA DE NAPOLEÓN EN RUSIA, 1812

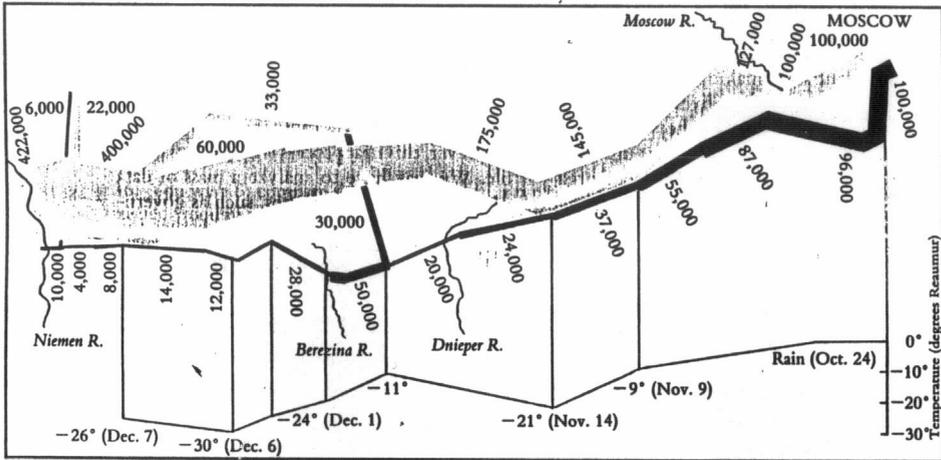
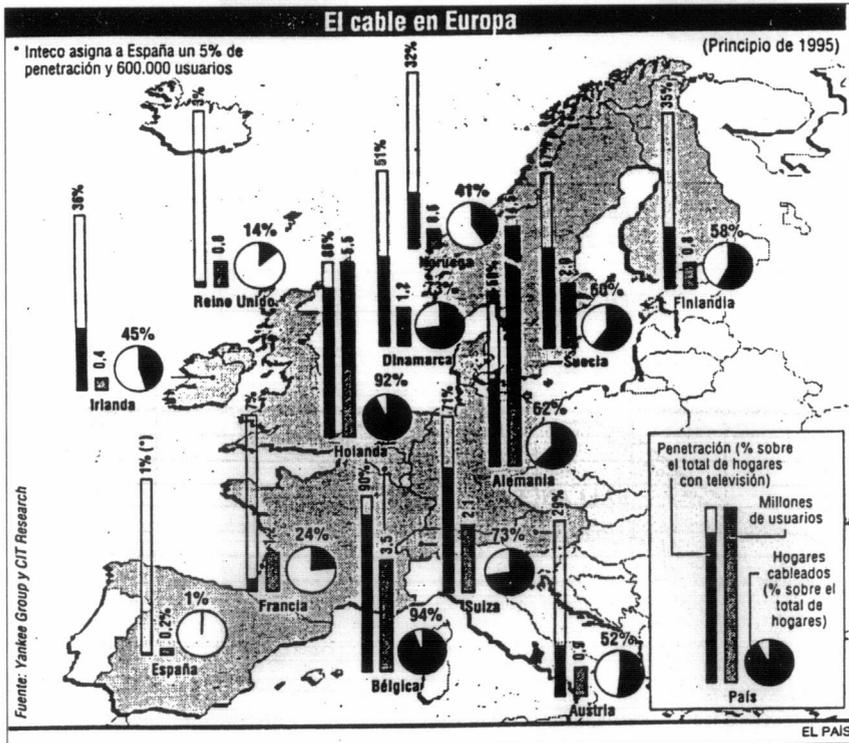
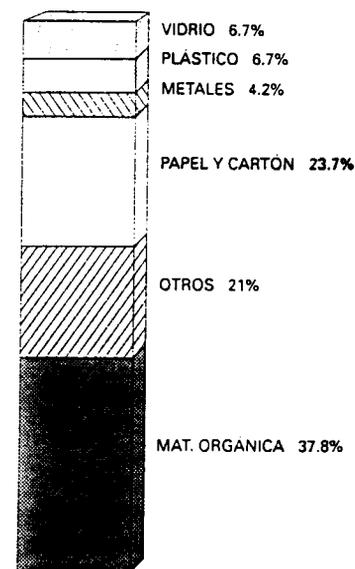


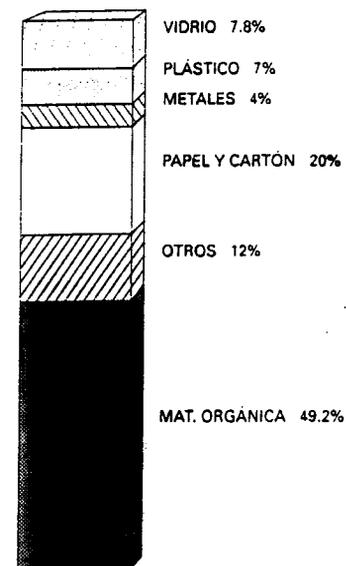
Gráfico 5.



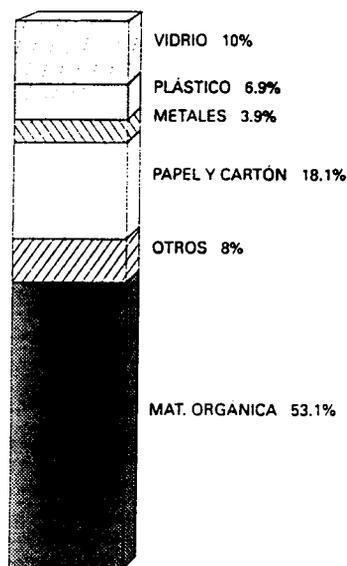
COMPOSICIÓN MEDIA DE RESIDUOS SÓLIDOS URBANOS



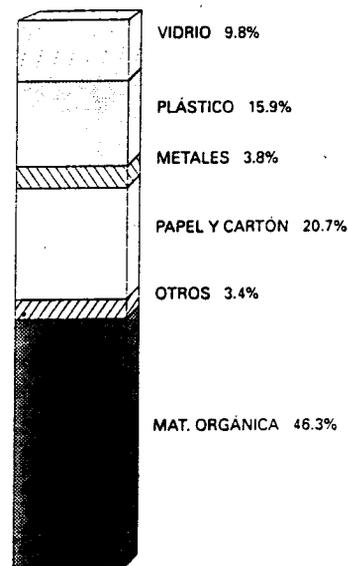
CE. 1985 FUENTE: EUROSTAT 1989



ESPAÑA 1991 FUENTE: MOPT



TENERIFE 1981 FUENTE: CABILDO INSULAR



TENERIFE 1991

Gráfico 7.

DIAGRAMA PARA MOSTRAR RELACIONES METEOROLÓGICAS

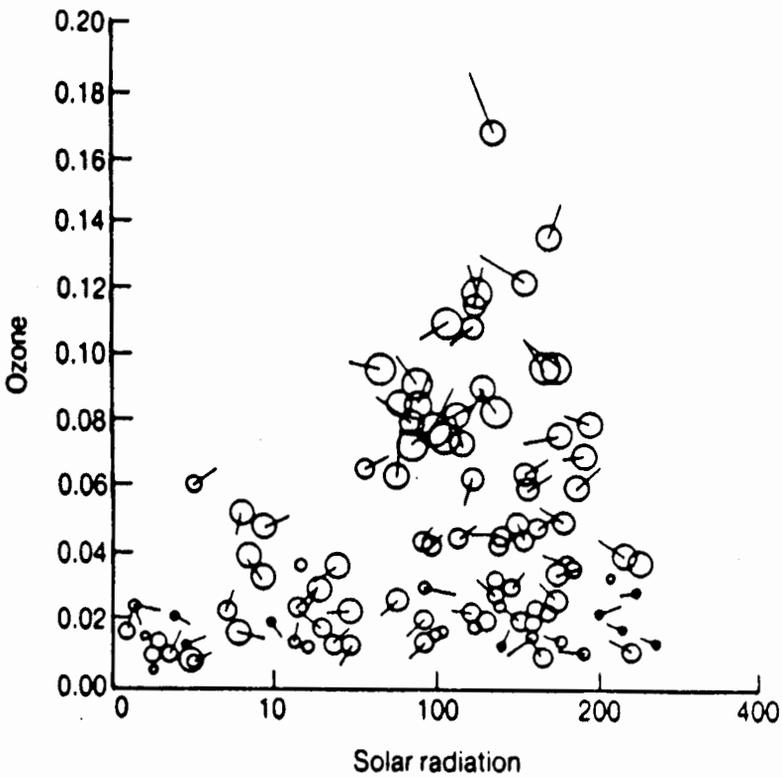


Gráfico 8.

TRATADO DE MASTRICHT

Condiciones del tratado de Maastricht

País	Déficit	Deuda	Inflación	Interés
Alemania	4.0	60.8	1.2	6.2
Austria	4.3	71.7	1.3	6.2
Bélgica	3.3	130.6	0.9	6.4
Dinamarca	1.4	70.2	1.5	7.1
España	4.4	69.3	1.6	8.4
Finlandia	3.3	51.3	0.9	6.8
Francia	4.0	56.4	1.0	6.2
Holanda	2.6	78.7	1.2	6.1
Irlanda	1.6	74.7	1.7	7.2
Italia	6.6	123.4	1.9	9.0
Luxemburgo	0.9	7.8	1.1	6.4
Portugal	4.8	71.7	1.6	8.2
Reino Unido	4.6	56.2	1.6	7.6
Suecia	3.9	78.1	1.2	8.1
LIMITES	3.0	60.0	2.4	9.0

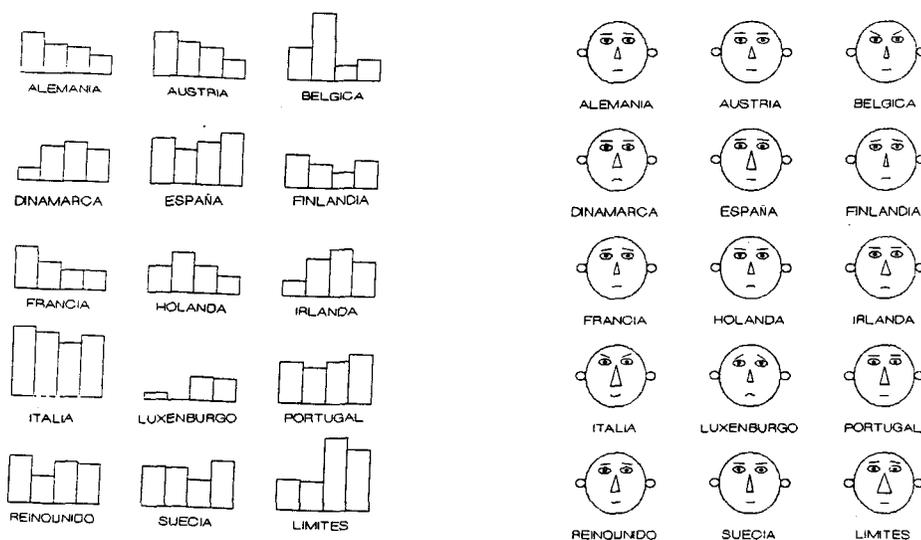


Gráfico 9.