

Multiple Representations in a High School Differential Calculus course through Microlearning

Heli Herrera¹, Reyna Moreno-Beltrán² & Abraham Cuesta-Borges³

- 1) *Directorate General Bachillerato Veracruz, México*
- 2) *Autonomous University of Querétaro, México*
- 3) *University of Veracruzana, México*

Abstract

The teaching of differential calculus in Mexico is a subject of study due to its relevance in the upper secondary (high school) and higher levels; in particular, the scientific community, through the different representations approach, has studied the difficulties in the study of the limit and/or the derivative, as two important notions linked to the processes of variability of a function. This research incorporates, to the use of multiple representations, the use of microlearning as an auxiliary mechanism for the appropriation of both concepts in the course. By means of an instructional design and a descriptive methodology, of a mixed nature, the content of the answers provided by the students is analyzed. It was found that the linkage with new technological resources provides a better understanding and adaptability on the part of the students, especially with regard to the applications to situations of their own context, which is one of the competencies to be achieved within the programs established by the General Directorate of High School in Mexico.

Keywords

Differential calculus, microlearning, multiple representations.

To cite this article: Herrera, H., Moreno-Beltrán, R. & Cuesta-Borges, A. (2024). Multiple Representations in a High School Differential Calculus course through Microlearning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 13(1), pp. 87-110
<http://dx.doi.org/10.17583/redimat.11314>

Corresponding author(s): Helí Herrera

Contact address: hherreralopez@hotmail.com

Journal of Research in Mathematics Education
Volumen 13, Número 1, 22 de febrero de 2024, Páginas 87 – 110
© Autor(s) 2024
<http://dx.doi.org/10.17583/redimat.11314>

Múltiples Representaciones en un curso de Cálculo Diferencial de Bachillerato a través del Microlearning

Heli Herrera¹, Reyna Moreno-Beltrán² y Abraham Cuesta-Borges³

- 1) *Dirección General de Bachillerato Veracruz, México*
- 2) *Universidad Autónoma de Querétaro, México*
- 3) *Universidad Veracruzana, México*

Resumen

La enseñanza del cálculo diferencial en México es motivo de estudio por su relevancia en los niveles medio superior (bachillerato) y superior; de manera especial, la comunidad científica, mediante el enfoque diferentes representaciones, ha estudiado las dificultades en el estudio del límite y/o la derivada, como dos importantes nociones vinculadas a los procesos de variabilidad de una función. Esta investigación incorpora, al empleo de múltiples representaciones, el uso del microlearning como un mecanismo auxiliar para la apropiación de ambos conceptos del curso. Mediante un diseño instruccional y una metodología descriptiva, de naturaleza mixta, se analiza el contenido de las respuestas proporcionadas por los estudiantes. Se pudo constatar que, la vinculación con los nuevos recursos tecnológicos brinda una mejor comprensión, y adaptabilidad, de parte del estudiantado; de manera especial, en lo que concierne a las aplicaciones a situaciones propias de su contexto, que resulta ser una de las competencias a lograr dentro de los programas establecidos por la Dirección General de Bachillerato de México.

Palabras clave

Cálculo diferencial, microlearning, múltiples representaciones.

Cómo citar este artículo: Herrera, H., Moreno-Beltrán, R. y Cuesta-Borges, A. (2024). Múltiples Representaciones en un curso de Cálculo Diferencial de Bachillerato a través del Microlearning. . *Journal of Research in Mathematics Education*, 13(1), pp. 87-110
<http://dx.doi.org/10.17583/redimat.11314>

Correspondencia Autores(s): Helí Herrera

Dirección de contacto: hherreralopez@hotmail.com

Las dificultades en el aprendizaje, en el proceso de enseñanza de la matemática en secundaria, se ven reflejadas en los resultados de las pruebas estandarizadas aplicadas. Por ejemplo, en la última aplicación de la prueba PISA (Programa para la Evaluación Internacional de estudiantes, por sus siglas en inglés), de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), participaron 1 millón 480,904 estudiantes mexicanos de 15 años (66% de la población total de dicha edad). Se constató que, el 44% del estudiantado alcanzó el nivel 2 (pueden interpretar y reconocer la representación matemáticamente de una situación simple), mientras que sólo el 1% obtuvo un nivel de competencia 5 o superior (pueden modelar situaciones complejas matemáticamente, pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias apropiadas de resolución de problemas) (OCDE, 2018). Una situación que influye, e impacta, en lo que acontece en el nivel de bachillerato o educación medio superior (EMS)

Precisamente, en los planes de estudio para la EMS, que propone la Dirección General de Bachillerato (DGB) se hallan contenidos relacionados con: álgebra, trigonometría, geometría euclidiana, geometría analítica, probabilidad, estadística, precálculo, y finalmente cálculo integral y diferencial (DGB, 2008). Este último resulta ser el primer curso de nivel avanzado rumbo al nivel universitario, en el sentido de que tiene por propósito desarrollar competencias relativas a la idea de variabilidad en procesos aplicados a la vida cotidiana (DGB, 2020) que dependen del estudio y análisis de los conceptos de límite, derivada y optimización, por solo mencionar algunos.

Ahora bien, lo reportado por el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) no es coincidente con el nivel de competencias esperado por la Secretaría de Educación Pública (SEP). La evaluación, que mide el dominio en dos campos de formación: lenguaje y comunicación, y matemáticas, constata que el estudiantado de EMS evidencia tener un nivel elemental para desarrollar y comprender conceptos y procedimientos propios de la matemática escolar (SEP, 2019). Aunado a ello, es justamente en este nivel educativo donde se observa una de las problemáticas más acuciantes del sistema educativo mexicano: la deserción escolar, tal y como lo reporta el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) (INEGI, 2020).

Aunado a ello, algunas investigaciones precisan que los resultados en matemáticas son bajos por la falta de razonamiento matemático (Vergara, 2018); otras, realizadas en la Universidad Veracruzana (Herrera et al., 2016; Cuesta et al., 2016), muestran que algunos conceptos no han sido construidos de manera satisfactoria en la secundaria y en el bachillerato. En consecuencia, no se logra la apropiación de los procedimientos para la resolución independiente de problemas (Cuesta et al., 2021), como tampoco la competencia para transferir el conocimiento al análisis de situaciones reales, a causa del excesivo uso de procedimientos con fuente de significado limitada, que no resulta ser suficiente para aplicar procedimientos de generalización.

Por otra parte, y en referencia a las dificultades específicas en la comprensión y aplicación de los conceptos del cálculo diferencial, otras investigaciones señalan una problemática relacionada con la enseñanza. Constatan que los docentes tienen predilección por impartir clases magistrales, con un enfoque de transmisión pasiva (López et al, 2018; Herrera y Padilla, 2020), que otorgan mayor atención a los procedimientos mediante actividades con fuerte carga operativa (Moreno y Cuevas, 2004). La referida problemática, que surge en el nivel de secundaria y permanece en la EMS, difiere de los objetivos establecidos por la DGB, que

suponen un dominio del estudiantado en el campo disciplinar de matemáticas, que le permita interpretar situaciones reales o hipotéticas a través de problemas significativos para la vida (DGB, 2020).

Por ello, resulta importante construir una propuesta docente, que coadyuve al proceso de enseñanza, de tal manera que el estudiantado logre trasladar las habilidades procedimentales hacia la resolución de problemáticas propias de su entorno; se trata de un enfoque que, centrado en el aprendizaje, se adapte a las nuevas tecnologías y a la era digital. Ponderando la importancia de poder trasladar teorías matemáticas hacia la nueva era digital, analizando los nuevos retos y horizontes de sucesos que surjan en esta transición.

Esto conlleva a la construcción de la hipótesis del estudio: Si se emplea un curso de microlearning con un enfoque de múltiples representaciones entonces los estudiantes mejorarán su desempeño en el curso de Cálculo Diferencial. A su vez, el objetivo del presente estudio consiste en analizar el impacto del microlearning en el desempeño del estudiantado de bachillerato en el curso de cálculo diferencial con el empleo de múltiples representaciones. El objetivo consiste en promover la comprensión de los conceptos del cálculo a través de la construcción de situaciones que sean relevantes y significativas. En esta idea se formula la siguiente pregunta de investigación:

¿Mejorará el desempeño del estudiantado en si se emplea, en un curso de cálculo diferencial, el microlearning con un enfoque de múltiples representaciones?

Estado del Arte

La enseñanza del cálculo diferencial ha sido motivo de múltiples investigaciones en educación matemática, que estudian, tanto los problemas que se generan en el aprendizaje como en la enseñanza. Se ha constatado (Hitt, 2003; Bressoud, 2016) la falta de comprensión de los conceptos esenciales del cálculo, debido a la poca interrelación existente entre la noción de los constructos matemáticos con sus diversas y posibles aplicaciones. De acuerdo con Artigue (1995) se puede enseñar a los estudiantes a efectuar, de forma mecánica, algunos ejercicios y problemas estándares, pero no se profundiza en la comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento. Aunado a ello, es evidente la excesiva carga operativa, en clases de cálculo diferencial, que se constituye en la principal estrategia de enseñanza (Mercedes et al., 2017), que obstaculiza la adecuada presentación de los objetos matemáticos (Badillo et al., 2011) y de la comprensión incluso de elementos básicos como la variable (Herrera et al., 2016)

Cierto es la importancia que la DGB atribuye, y exige, al curso de cálculo diferencial, donde se debe propiciar la construcción de situaciones hipotéticas o reales relacionadas con la vida cotidiana. (DGB, 2020). Pero en la práctica se ponen de manifiesto dificultades para desarrollar problemas relativos a procesos variacionales (Herrera, 2023) y existe un obstáculo para adentrarse al campo conceptual del análisis, cuando éste no contempla los aspectos algebraicos. (Artigue, 1998).

Otro aspecto, por destacar, es la falta de retroalimentación de los docentes con el estudiantado; con la excesiva carga operativa se asigna una cantidad importante de actividades o tareas sin llegar a examinar y evaluar cada uno de ellas (Herrera y Padilla, 2020). Se desencadenan, por parte del estudiantado, la desidia y el alto índice de reprobación (Riego,

2013), que de conjunto se constituyen en causales del abandono escolar en dicho nivel educativo.

La falta de procedimientos para la resolución de los problemas resulta ser otra característica del proceso de enseñanza (Pino y Almeida, 2020), lo que ha propiciado una débil comprensión del objeto matemático, de su relación con las formas de representación y de las vinculaciones existentes entre las diferentes representaciones (Lupiáñez, 2013).

En respuesta a esta problemática se han presentado propuestas, donde los docentes, a través de elementos tecnológicos, han incorporado nuevas estrategias al proceso de enseñanza. Bajo esta noción, Martínez et al., (2018) comparó los resultados entre un grupo control y otro experimental con la introducción de un diseño instruccional sustentado en objetos virtuales de aprendizaje. Los resultados mostraron una mejora en la comprensión de los conceptos, por el grupo experimental en comparación al grupo de control.

Otro estudio (Morantes et al., 2019) analizó los aspectos cualitativos y cuantitativos en un curso con enfoque pedagógico y didáctico, mediado por el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs), para concluir que desde la perspectiva del estudiantado se mostró mayor dinamismo, así como más protagonismo dentro de las sesiones del curso.

Las ventajas de incorporar la tecnología dentro de un curso de cálculo fueron analizadas, también, por Molina y Romero (2010); en este estudio se creó un ambiente de aprendizaje móvil basado en micro – aprendizajes. El conjunto de investigaciones muestra que existe una tendencia por parte de los nativos digitales por construir nuevos aprendizajes mediados por elementos tecnológicos, este conjunto de habilidades les permite comprender y trasladar sus aprendizajes a través de estos medios interactivos (Prensky, 2003).

Las ventajas obtenidas muestran que, al incorporar los teléfonos inteligentes, el estudiantado logra mayor productividad y accesibilidad, lo cual permite mejorar la capacidad de autonomía y de organización personal.

Elementos Teóricos: Teoría de Registros

Las investigaciones en educación matemática, que centran la atención en el estudio del proceso cognitivo, ponen especial énfasis en el estudio de las diferentes representaciones, físicas o mentales, que son imprescindibles y dan significado a los conceptos. Constituyen el conjunto de “notaciones simbólicas o gráficas, mediante las que se expresan conceptos y procedimientos matemáticos, así como sus características y propiedades más relevantes” (Castro y Castro 1997, p. 96), que se clasifican en registros de representación (Duval, 1999) y de cuya comprensión depende de si la representación mental es parte de una red de representaciones (Hitt, 2001; Martí y Pozo, 2000; Rico, 2009).

La importancia de comprender consiste en mostrar al objeto desde representaciones diversas con el fin de apropiarse del concepto. De acuerdo con Rico (2009) comprender consiste en percibir mentalmente un elemento, captarlo, y entenderlo con claridad para conocer en un objeto todo lo que de él es concebible, llegar a conocer la naturaleza o modo de ser. Por ello, es importante que exista una red de representaciones (Hitt, 2001), como parte esencial del

proceso de aprendizaje de la matemática y que se ha tomado como una señal externa que muestra, y hace presente, el concepto matemático (Rico, 2009).

En el estudio del cálculo, la representación y los sistemas de representación constituyen un aspecto importante, en tanto que concibe las relaciones entre cantidades, incluyendo las funciones, las formas de representar las relaciones matemáticas y el análisis del cambio (García et al., 2012). Bajo la noción de construir un sistema de múltiples representaciones, Duval (1993) identificó una actividad vinculada a la producción de las mismas, proceso denominado semiosis; mientras que a la aprehensión conceptual del objeto matemático lo denominó noesis.

De acuerdo con Duval (1993) un sistema semiótico se convierte en un sistema de representación si se cumplen los siguientes aspectos: i) la identificación de la presencia de una representación, que implica la selección del rasgo del contenido a presentar, ii) el tratamiento de una representación o transformación interno dentro de un mismo sistema y iii) la transformación de una representación en otra de otro sistema, conservando una parte o la totalidad del contenido de la primera.

Cabe mencionar que al analizar los sistemas se muestran dos diferentes representaciones: las internas (Cucoo y Curcio, 2001) corresponden a las imágenes que se crean en la mente para representar procesos u objetos matemáticos, mientras que las externas son aquellas que se comunican a otras personas a través de diálogos, obra escrita, textos o para el caso de las matemáticas, mediante figuras geométricas o ecuaciones; es decir, permiten establecer los canales de comunicación acerca del concepto de manera sencilla

De ahí la importancia de abstraer y procesar los objetos matemáticos para poderlos comunicar y compartir a través de canales de comunicación más comprensibles para todo el público. En este sentido, la enseñanza de la matemática debe, ante todo, incentivar los canales de comunicación y motivar, desde un enfoque de múltiples registros y múltiples representaciones, una visión más completa del objeto; es decir, desde registros gráficos, pictográficos, funcionales, entre otros.

El Microlearning como Entorno Virtual

Una enseñanza mediada por un entorno virtual es importante para sumar estrategias que brinden una educación más actualizada y adecuada a la era digital; un momento histórico, que ha propiciado que un sinnúmero de herramientas comiencen a participar dentro de la vida cotidiana. Este hecho no escapa del entorno educativo, donde metodologías como el microlearning se muestran como alternativas reales para ser empleada dentro del contexto áulico.

Al analizar las concepciones, que rodean al microlearning, se puede observar que existen múltiples nociones acerca de sus aplicaciones y relaciones en el ámbito educativo. De acuerdo con Hug y Friesen (2009) el microlearning son momentos o episodios especiales de un aprendizaje que emplea contenidos o asignaciones especiales dentro de las pequeñas etapas que lo constituyan; es decir, se abordan contenidos complejos desde unidades fragmentadas e interconectadas en actividades de corta duración, las cuales se visualizan desde cualquier lugar u hora con el uso de las tecnológicas actuales.

De acuerdo con Peschl (2007) las principales características que ofrece esta metodología consisten en: i) el aprendizaje se realiza en micro pasos, ii) estos pasos han probado ser la base del éxito del aprendizaje con un alto nivel de sostenibilidad, iii) estos pasos facilitan el proceso de comprensión profunda y la creación de conocimiento si se adopta un adecuado diseño, iv) ofrece la posibilidad de un aprendizaje ubicuo y empleo de tecnologías móviles y v) apoya un proceso continuo de aprendizaje en un periodo largo de tiempo.

Ante los nuevos avances de la tecnología, en el ámbito educativo se ha visualizado al *microlearning* como una herramienta que permite visualizar cualquier contenido de un curso desde diferentes momentos a lo largo de un día y desde cualquier locación (Friesen, 2007), permitiendo que exista un análisis más allá de lo visto desde un salón de clases.

Considerando que el *microlearning* mantiene un enfoque de reducción en tiempo y contenido, se debe destacar que esto no conlleva a un detrimento en la calidad del aprendizaje. Según Martín y Romero (2010) el término *micro* contempla al tiempo debido a que su visualización debe realizarse en intervalos cortos de cinco a quince minutos. De igual manera, en cuanto a contenido, éste debe ser pequeño para ser evaluable en un corto tiempo. En síntesis, la variación, respecto a la enseñanza actual, es el enfoque empleado para visualizar las temáticas, más no los contenidos mismos.

Para una experiencia efectiva Gabrielli et al. (2006) determina que es importante que existan actividades transfereibles y de uso sencillo; es vital crear una persistencia en la renovación del diseño instruccional y que no solo se visualicen como un elemento para acreditar el curso; por el contrario, deben ser lecciones importantes para la vida y de alto aprendizaje. Finalmente, dispone que todo material debe ser adaptable y modificable para cada uno de los diferentes entornos donde se realizará. La importancia de construir un buen diseño permite una mejora en el aprendizaje del estudiantado (Educause, 2020), en tanto se constituya en un elemento y factor medular para la concepción del *microlearning*.

El diseño instruccional también ofrece una ventaja importante dentro del *microlearning*, en tanto permita la existencia de un espectro amplio de posibilidades para desarrollar el material didáctico con nuevas características, mayor dinamismo y mejor adaptación al nuevo siglo digital (Salas et al., 2021). En la conexión entre tecnología y diseño, Hug y Friesen (2009) establece una relación directa: a mayor cantidad de herramientas digitales será mayor la apertura y creación de contenidos dentro del *microlearning*. La capacidad de construir nuevas herramientas y materiales permiten que este enfoque encuentre un espacio para la creatividad y la flexibilidad, lo cual puede brindar a los docentes una mayor disposición para implementar estrategias en cada contexto.

Al reflexionar sobre las características que permean al *microlearning* se concibe que su mayor aporte, al proceso educativo, consiste en que el estudiantado no requiere largas sesiones de clases orientadas hacia la memorización de algoritmos y/o procedimientos; por el contrario, basta con incluir estrategias que coadyuven a la dosificación del conocimiento, a su adecuada comprensión y, en consecuencia, a evitar que los jóvenes pierden el interés de un tema en estudio (Heras et al., 2012).

Al ser una metodología emergente (Becker et al., 2018) se ha obtenido una adecuada vinculación con los nuevos avances y desarrollo tecnológicos; esto permite crear un nuevo panorama dentro del campo formativo del estudiantado de bachillerato. En Álvarez (2019) se

implementa el microlearning para el aprendizaje de la matemática, obteniendo resultados significativos donde el estudiantado se muestra con mejor comprensión y disposición para aprender conceptos complejos como los propios de esta disciplina. Por otra parte, García y Corral (2021) han documentado que los docentes han reportado la concreción de actividades en micro aprendizajes con resultados exitosos, los cuales no solo incentivan al docente sino que propician a que el estudiantado obtenga mayor concentración y disposición dentro del aula.

Contemplando los avances y desarrollos obtenidos en investigaciones previas, se abre una nueva perspectiva donde no solo se analicen los marcos metodológicos como el enfoque onto-semiótico o la teoría de registros en entornos presenciales, sino trasladar de manera paulatina cada enfoque o teoría hacia la nueva era digital, manteniendo la misma esencia, pero brindándole una nueva perspectiva dentro de una nueva sociedad virtual, lo cual permitirá ver si existe una repetibilidad o escalabilidad en dichos ambientes.

Considerando que el estudiantado del presente siglo es nativo digital (Prensky, 2003), se requiere un diseño adaptado al nuevo entorno en el que se encuentran, contemplando las ventajas que ha ofrecido el microlearning, así como las características que le permiten crear un aprendizaje en pequeños intervalos con materiales más interactivos y creativos (Hug y Friesen, 2009).

Metodología

Para concretar la presente propuesta se construyó un diseño instruccional el cual contó con una participación de 50 estudiantes, los cuales fueron seleccionados mediante un muestreo por conveniencia, debido a que son menores de edad. Se utilizó un estudio descriptivo comenzando con la aplicación de un diagnóstico, el cual permitió conocer los intereses, pasatiempos, áreas de oportunidad y conocimientos favorables de los participantes.

Con los datos recabados se procedió a realizar el diseño instruccional el cual constó de cápsulas de micro aprendizaje las cuales fueron mediados por recursos interactivos, audiovisuales, aplicaciones de desarrollo matemático y graficadores (Tabla 1). Se sustentan en el software H5P en forma de libro, y con la ventaja de ser compatible con otras plataformas Large Management System (LMS) como: Moodle, Chamilo y Edmodo, entre otros; además, puede incluir elementos de otras aplicaciones o enlaces.

Tabla 1

Recursos del diseño instruccional

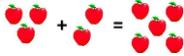
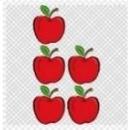
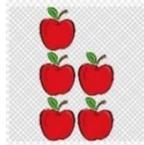
Tipo de Recurso	Actividades	Aplicación
Audiovisual	- Videos	- YouTube
	- Tutoriales	- TikTok
		- Loom
Imágenes	- Tutoriales	- Canva
	- Infografías	- PDF
	- Carteles	- Cmap Tools
	- Diagramas	- Miro
Recursos Dinámicos	- Presentaciones	- PowerPoint
	- Interactivas	- Edpuzzle

Tipo de Recurso	Actividades	Aplicación
		- Genially - Prezi
Procesamiento Matemático	- Desarrollo Matemático - Graficador	- GeoGebra - Maple Calculadora - Symbolab - Wolfram Alpha.

Nota :Esta table contiene los principales tipos de recursos empleados, así como las actividades y aplicaciones que formaron parte del diseño instruccional.

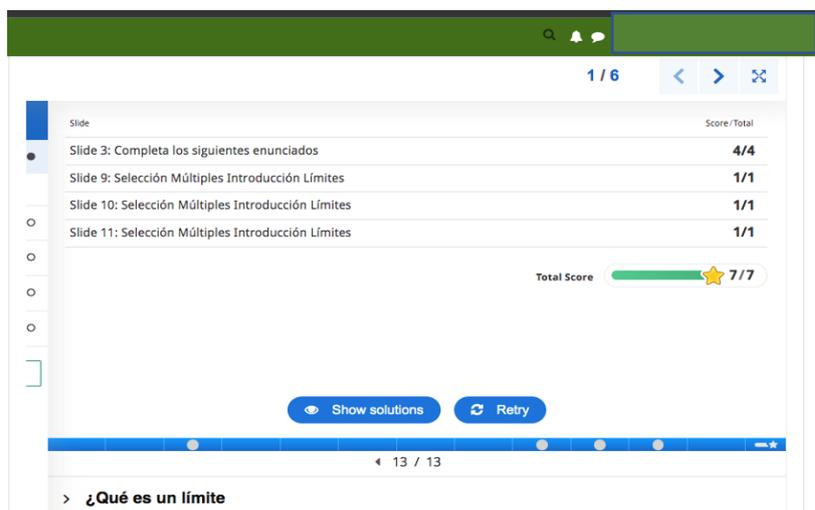
Para la construcción de cada cápsula se retomó la teoría de registros (Duval, 1993), mediante la cual es posible dotar al estudiantado de un conjunto de múltiples representaciones de un mismo objeto y con ello coadyuvar a una mayor aprehensión en el proceso de aprendizaje. Así, por ejemplo, el concepto de número (Tabla 2) se puede visualizar desde diferentes perspectivas.

Tabla 2
Registros semióticos

Concepto: Número				
Representación Simbólica	Representación pictográfica	Representación Funcional	Representación Gráfica	Representación lógica
5				 

Nota: En esta table se muestra una multiple representación de un concepto.

Una vez finalizada la construcción de las cápsulas se procedió a trasladar todo el material a la plataforma institucional. De esta manera, los participantes no tienen la necesidad de abandonar el sitio para visualizar los contenidos, dado que cada una incluye preguntas y ejercicios (Figura 1) que son evaluados de manera instantánea y finalizada la actividad se les brinda una evaluación.

Figura 1*Visualización del libro en plataforma*

Fuente. Elaboración propia, 2023.

Concluida la etapa del diseño se aplicaron los instrumentos de recolección de datos, bajo un enfoque descriptivo que se sirvió de un cuestionario y de entrevistas individuales. Para el primer caso se aplicó el instrumento a 30 estudiantes (22 hombres y 8 mujeres) del quinto semestre del área propedéutica de físico matemáticas de un bachillerato general, para el segundo se empleó un muestreo por conveniencia, con permiso firmado por tutor para entrevistar a 28 participantes (22 hombres y 6 mujeres) a través de una entrevista semiestructurada.

En el cuestionario se analizó el desempeño, en las dimensiones procedimentales y conceptuales, mediante la resolución de ejercicios y de las problemáticas contextualizadas. Se conformaron dos grupos, uno control y otro experimental. El primero, bajo un enfoque de enseñanza tradicional y con una fuerte carga operativa (Mercedes et al., 2017; Herrera y Padilla, 2020 y Viveros, 2020). Mientras que el segundo es experimental, en tanto que participa en sesiones de clases que están mediadas por un enfoque de múltiples representaciones a través del microlearning; es decir, bajo el diseño instruccional.

Dado que los participantes son menores de edad se solicitó el consentimiento informado, tanto al estudiantado como de sus tutores. En este mismo sentido se procedió a la asignación de un código a cada participante. De esta manera, a los participantes dentro del grupo de control se les asigna la numeración C1 hasta C30; mientras, que a los del grupo experimental es E1 hasta E28.

Cuestionario

En el cuestionario se analizaron las dimensiones conceptuales y procedimentales. Para el caso de la primera se plantearon 4 preguntas abiertas sobre el origen y utilidad de los conceptos de límite y derivada, retomando los estudios realizados por Pino Fan et al. (2013). Por su parte, para la siguiente dimensión se plantearon 5 ejercicios y 2 problemas contextualizados, de cuyas

respuestas es posible identificar la habilidad del estudiantado, tanto en la resolución de manera algorítmica como en el proceso de transición entre la noción conceptual y la procedimental.

Entrevista

Para el análisis de la dimensión actitudinal, se realizaron entrevistas a una muestra de los participantes, que brindó una valoración respecto al diseño, las actividades y al desempeño logrado en el curso de cálculo diferencial. Este instrumento permitió conocer, con mayor detalle, los aspectos positivos de la propuesta de enseñanza, así como las futuras áreas de oportunidad. Para la selección de los participantes, se empleó un muestreo aleatorio simple con los participantes del cuestionario donde se escogieron a 10 estudiantes del grupo experimental.

El hecho de obtener la opinión del estudiantado, desvinculada de la calificación final en el curso, permite identificar la valoración que se tiene sobre los conocimientos adquiridos, la forma de enseñanza, las debilidades y aciertos del diseño instruccional y, finalmente, permite analizar el ámbito afectivo y la percepción respecto a la complejidad de los conceptos estudiados.

Resultados

El análisis de los resultados se divide en tres momentos: (i) la noción conceptual de la derivada, (ii) las aplicaciones de la derivada y (iii) el aspecto procedimental de la derivada y el límite

Sobre la noción conceptual de la derivada, se indagó respecto a los conceptos vistos en clase y su aplicabilidad. Al comparar los resultados entre el grupo control y el experimental se notó una variación considerable entre ambos (Tabla 3).

Tabla 3

Noción conceptual de la derivada

1. Desde tu perspectiva ¿Qué es una derivada?		
Indicador	Grupo Control	Grupo Experimental
Respuesta esperada	6 (20%)	9 (32%)
Respuesta parcialmente esperada	8 (27%)	15 (54%)
Respuesta no esperada	13 (43%)	4 (14%)

1. Desde tu perspectiva ¿Qué es una derivada?

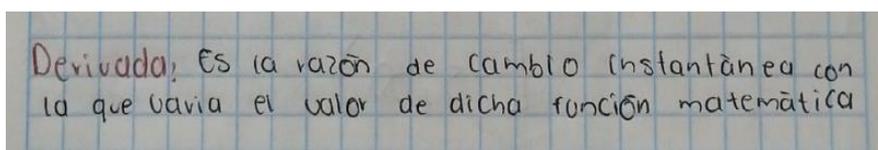
Indicador	Grupo Control	Grupo Experimental
Sin respuesta	3 (10%)	0 (0%)

Nota: Esta tabla muestra los resultados obtenidos al momento de estipular el concepto de derivada por parte del estudiantado.

A la pregunta: ¿qué es la derivada?, las respuestas medianamente correctas del grupo experimental oscilan en el 86%, mientras que en el grupo de control apenas llega al 47%. Se pone de manifiesto una noción más cercana al concepto de derivada en el grupo experimental (Figuras 2).

Figura 2

Respuesta parcialmente esperada



Fuente. Respuesta del participante E17.

Por otro lado, en cuanto a la aplicación de la derivada se muestra una tendencia semejante, donde los jóvenes del grupo experimental alcanzan cerca del 93% mientras que en el grupo control los valores son del 37% al conjuntar ambas categorías (Tabla 4).

Tabla 4

Aplicaciones de la derivada

1. ¿En qué situaciones o procesos puede ser utilizada una derivada?

Indicador	Grupo Control	Grupo Experimental
Respuesta esperada	2 (7%)	8 (29%)
Respuesta parcialmente esperada	9 (30%)	18 (64%)
Respuesta no esperada	15 (50%)	2 (7%)
Sin respuesta	4 (13%)	0 (0%)

Nota: En esta table se muestra la noción que presenta el estudiantado sobre la aplicación de la derivada

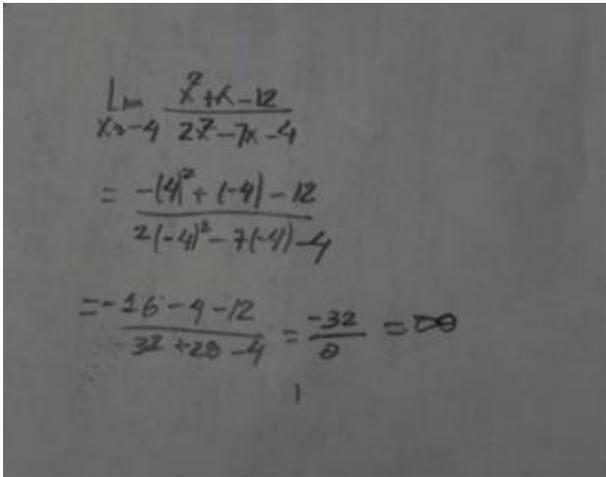
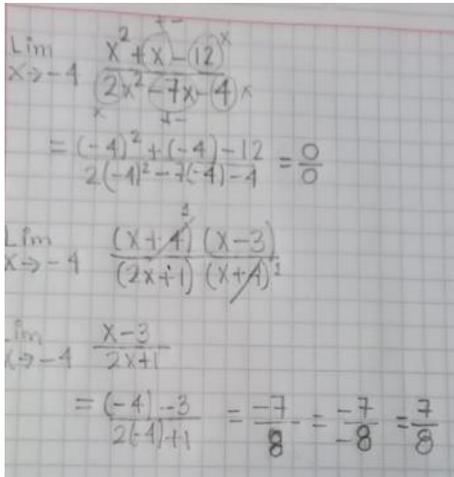
La tendencia observada en las nociones conceptuales se acerca en la dimensión procedimental donde el grupo experimental tuvo un mejor desempeño al momento de resolver los ejercicios propuestos. Al analizar la resolución de límites, se encuentra que en ambos casos tuvieron un buen desempeño al momento de resolverlos. Sin embargo, a pesar de la fuerte carga operativa existente en aquellos que recibieron una clase tradicional de cálculo, los resultados mostraron paridad respecto al experimental quienes no tuvieron dicha circunstancia en su proceso formativo, véase la tabla 5.

Tabla 5*Ejercicio 2 Límites*

$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + x - 12}{2x^2 - 7x - 4}$		
Indicador	Grupo Control	Grupo Experimental
Respuesta esperada	21 (70%)	22 (79%)
Límite factorizado inadecuadamente	7 (23%)	4 (14%)
Límite evaluado (sin factorizar)	2 (7%)	2 (7%)
No contestó	0 (0%)	0 (0%)

Nota: En esta tabla se detallan los niveles procedimentales de los estudiantes al resolver un límite.

Figura 3*Ejercicio con evaluación no adecuada y con respuesta esperada*

C2	E11
 <p>Handwritten solution for C2: $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + x - 12}{2x^2 - 7x - 4}$. The student incorrectly calculates the denominator as $2(-4)^2 - 7(-4) - 4 = 32 + 28 - 4 = 56$ and the numerator as $-16 - 4 - 12 = -32$, resulting in $\frac{-32}{56} = \frac{-4}{7}$.</p>	 <p>Handwritten solution for E11: $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + x - 12}{2x^2 - 7x - 4}$. The student correctly factors the numerator as $(x+4)(x-3)$ and the denominator as $(2x+1)(x+4)$, simplifying to $\frac{x-3}{2x+1}$. Substituting $x = -4$ yields $\frac{-4-3}{2(-4)+1} = \frac{-7}{-8} = \frac{7}{8}$.</p>

Fuente. Respuestas de Participantes C2 y E11

Por su parte, al analizar el desempeño de ambos grupos al resolver una problemática donde se visualizaban las habilidades para conjuntar dimensiones procedimentales y conceptuales dentro del proceso de solución, recordando que el programa de estudios de Cálculo Diferencial establece esto como prioritario. Los resultados mostraron una fuerte disparidad entre ambos grupos, donde el experimental tuvo un mejor desempeño al alcanzar que más de la mitad de los participantes obtuvieran una respuesta esperada muy diferente al obtenido en el control donde solo el 10% llegó al mismo nivel, tal como se muestra en la tabla 6.

Tabla 6*Problemática Aplicada 2*

Se va a construir una cancha de fútbol rectangular de 440m lineales. ¿Cuáles deberán ser las medidas que maximicen el área de la misma?

Indicador	Grupo Control	Grupo Experimental
Respuesta esperada	3	18
(Nivel IV)	(10%)	(64%)
Derivada de la función	1	7
(Nivel III)	(3%)	(25%)
Planteamiento Modelo	15	3
(Nivel II)	(50%)	(11%)

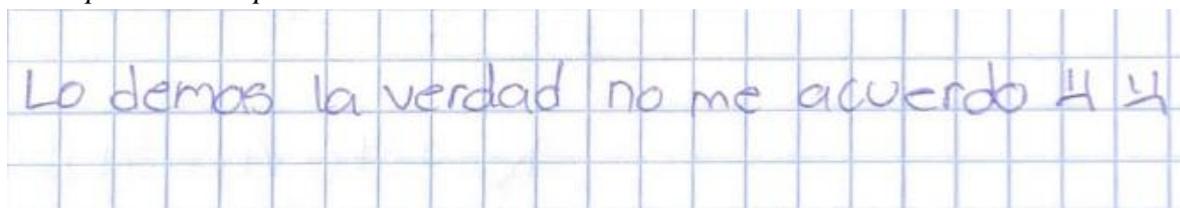
Se va a construir una cancha de fútbol rectangular de 440m lineales. ¿Cuáles deberán ser las medidas que maximicen el área de la misma?

Indicador	Grupo Control	Grupo Experimental
Incomprensión / No contestó (Nivel I)	11 (37%)	0 (0%)

Nota: En esta tabla se muestra el nivel de resolución de una problemática propia del contexto del estudiantado.

Figura 4.

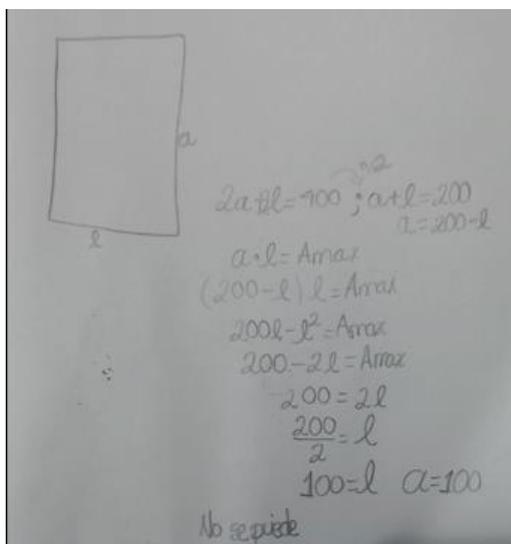
Incomprensión del problema nivel I



Fuente. Participante C10.

Figura 5

Respuesta esperada nivel IV



Fuente. Participante E1.

Los niveles mostrados tratan de clarificar la representación que se procesa sobre el problema, de tal manera que se analiza la conexión entre las condiciones del problema y las representaciones que utiliza, así como sus conversiones y transformaciones (Duval, 1993).

De tal manera que, si el estudiante no contesta o realiza una comprensión no adecuada de las condiciones del problema, se identificaría como un nivel I. Si el estudiante identifica las condiciones de la problemática, pero no logra realizar una transición de una representación a otra se ubicaría en un nivel II. En los dos últimos niveles se engloban aquellos que alcanzan a realizar la conexión entre las condiciones y la conversión de representaciones empleando un

proceso de optimización (nivel II) y finalmente aquellos que concluyen y dan respuesta a la problemática con los valores obtenidos (nivel IV).

Para el análisis de la dimensión actitudinal se realizaron 10 entrevistas a miembros del grupo experimental, los cuales compartieron opiniones sobre las actividades del curso, el diseño instruccional, así como su desempeño a lo largo del proceso interventivo. El conjunto de información proporcionada por los participantes permite identificar los puntos de mejora, así como los aspectos positivos obtenidos a lo largo del proyecto, de igual forma incorpora un acercamiento a la perspectiva que tuvieron los jóvenes sobre el curso dejando de lado el proceso evaluativo, el cual siempre se considera como el indicador del desempeño académico de los estudiantes.

Para la primera pregunta se cuestionó la perspectiva del curso con el fin de analizar si fue una vivencia positiva o negativa. Al revisar la opinión de los diez participantes, todos coincidieron en que el curso fue muy bueno y que les agradó la manera en la que se visualizó el curso a través de la plataforma. Sin embargo, tres participantes adicionaron comentarios importantes sobre aspectos que no les agradaron del curso. A continuación, se muestran algunos extractos de la primera pregunta.

Entrevista 1

- **Entrevistador:** De acuerdo con tu experiencia. ¿Qué te pareció el libro interactivo del curso?
- **Participante E4:** “Estuvo bien, pues al final me gustó mucho que teníamos a la par de la clase un recurso que se podía ver al mismo tiempo. Había ratos donde me perdía y buscaba en lo que el profe subió. Yo lo único malo que encontré fue que el libro no tenía muchos ejercicios, yo luego hacia los que venían y como que me faltaban otros para seguir practicando, creo que si ponen más estaría mejor”

Entrevista 2

- **Entrevistador:** De acuerdo con tu experiencia. ¿Qué te pareció el libro interactivo del curso?
- **Participante E7:** Pues a mí me gustó, estaba ahí como algo extra del curso, ya luego si no teníamos la clase o fallaba la conexión, yo me iba inmediatamente al libro y revisaba todo lo que venía del tema. Así iba yo también revisando cada tema, lo que si no me gustó mucho fue que se reiniciaba todo, yo ya llevaba como 18 estrellas y cuando me salía volvía y ya no tenía nada, tenía que volver a empezar para que se me juntaran las estrellas. No sé si eso se pudiera mejorar.

En la tercera pregunta se presenta una connotación directa con el aprendizaje obtenido en el curso de cálculo. Aquí los participantes nuevamente coincidieron con los saberes obtenidos, los cuales desde su perspectiva fueron satisfactorios debido a que el libro virtual les permitió tener el contenido por adelantado y esto les sirvió para tener una primera noción de lo que estaban por analizar, en los siguientes diálogos se comenta dicha situación.

Entrevista 3

- **Entrevistador:** En cuanto a los contenidos del libro virtual. ¿En qué temas consideras que tu aprendizaje fue adecuado?
- **Participante E2:** El tema que más me gusto fue el de límites, todo lo explicaron bien detallado, con buenas explicaciones y todavía el maestro nos ayudó con algunas explicaciones extras. También el otro tema que me gustó fue el de las aplicaciones de la derivada, porque todo lo que veíamos servía para hacer los proyectos y ya se hacía de lo que quisiéramos.
- **Entrevistador:** Y tu ¿De qué temática realizaste tu proyecto?
- **Participante E2:** La hice de un tiro de basquet, mi compañero y yo medimos los tiempos y la altura a la que lanzamos el balón y ya nos quedó el proyecto. La gráfica se veía igual que el tiro, lo vi porque grabamos la escena.

Entrevista 4

- **Entrevistador:** En cuanto a los contenidos del libro virtual. ¿En qué temas consideras que tu aprendizaje fue adecuado?
- **Participante E8:** Creo que el mejor de todos fue el de límites, yo escuchaba que los profes hablaban de la factorización y yo pues no entendía, y pues cierras los ojos y ya estás en quinto y sin saber nada. Yo sé que lo de la factorizada no es del curso, pero pues forma parte de los límites y hasta aquí aprendí a factorizar, eso siento que me va a ayudar en la universidad, porque no creo que me fuera a ir bien si llegaba sin saberle a los términos comunes o las diferencias de cuadrados.
- **Entrevistador:** Y en cuanto a límites, aparte de la factorización. ¿Hay otro elemento que destaque?
- **Participante E8:** Lo de las tablas y las gráficas. O sea, vez que te da el límite $3/2$ y pues en la gráfica también y en la tablita esa de los ceros y nueves también (risas) perdón, pero no me acuerdo de como se llama.
- **Entrevistador:** Tabulación fina
- **Participante E8:** Eso, ándele eso era. Entonces pues te ayuda porque sabes que estas bien en tu respuesta.

Finalmente, en la última pregunta los participantes coincidieron todos en la importancia de realizar más cursos bajo esta modalidad. De esta manera se escucharon opiniones como tener más asignaturas en este esquema, recursos que tuvieron más interactividad, matemáticas que si saben para que son e incluso la petición de que el siguiente curso sea impartido por el docente bajo el mismo enfoque. Este conjunto de visiones se muestra en los siguientes extractos de entrevista.

Entrevista 5

- **Entrevistador:** ¿Qué te pareció el curso de cálculo diferencial bajo esta modalidad?

- **Participante E4:** Fue diferente, pero para bien. Antes pues las clases de mate virtuales eran solo escuchar y ver al profe a ver que hacía. Y pues no pones la misma atención, te pierdes y ya a mí no me quedaban ganas de estar en clases, porque así sin poner nada de esfuerzo sacaba 9 o 10 y pues, así como que te desmotivas. Así que, en este curso pues tuve una versión bien diferente y que me ayudó a valorar este tipo de tecnología. A veces piensas que las cosas virtuales son malas, pero este libro nos ayudó a ver que podemos aprender de diferente manera.

Entrevista 6

- **Entrevista:** ¿Qué te pareció el curso de cálculo diferencial bajo esta modalidad?
- **Participante E6:** Fue diferente, pero para bien. Antes pues las clases de mate virtuales eran solo escuchar y ver al profe a ver que hacía. Y pues no pones la misma atención, te pierdes y ya a mí no me quedaban ganas de estar en clases, porque así sin poner nada de esfuerzo sacaba 9 o 10 y pues, así como que te desmotivas. Así que, en este curso pues tuve una versión bien diferente y que me ayudó a valorar este tipo de tecnología. A veces piensas que las cosas virtuales son malas, pero este libro nos ayudó a ver que podemos aprender de diferente manera.

Discusión

Los resultados obtenidos muestran tres factores importantes. El primero es relativo al desempeño de los estudiantes en el aspecto procedimental. Para el caso del grupo control en los participantes se presentaron diferentes dificultades que no permitieron que llegaran a la respuesta esperada, aspecto que quedó documentado también en investigaciones como la de Riego (2013) donde se reflexiona en las causas que ocasionan los altos índices de reprobación. Por otro lado, en el caso del grupo experimental se tuvieron mejores resultados, obteniendo en más de la mitad de los casos participantes con mayor cantidad de respuestas esperadas algo contrastante con lo planteado por Herrera y Padilla (2020) quienes establecían que, si se priorizaba la enseñanza conceptual de los constructos matemáticos, se descuidaban las habilidades procedimentales, situación que en esta investigación no sucedió.

Al revisar la dimensión conceptual el grupo control presentó nuevamente ciertos problemas para definir los objetos matemáticos, así como para explicar la utilidad de los mismos; misma situación expresada en los estudios de Pino Fan et al. (2013) y Pino Fan et al. (2017), donde queda claro que dado los contenidos del plan de estudios, como el enfoque del docente, los estudiantes no cuentan con un proceso adecuado para proceder a la comprensión íntegra de cada objeto matemático, este hecho también afecta los aspectos de la modelación matemática como lo deja Prada y Ramírez (2017). En el caso del grupo experimental, los participantes tuvieron nuevamente mejores resultados mostrando un mayor acercamiento a la noción del objeto y a las diferentes aplicaciones que pueden desarrollar con el mismo, aspecto que Bressoud et al, (2016) refería como principal causante de los vacíos de conocimientos que presentaban los jóvenes en su etapa universitaria.

En la última sección del cuestionario se analizó el desempeño de los jóvenes al resolver una problemática donde se aplica la derivada. De esta manera, se conjunta la noción conceptual con la procedimental durante el proceso de solución. Los valores obtenidos evidencian que en el grupo control los participantes no alcanzaron a resolver la problemática, ubicándose en los primeros niveles de solución, resaltan la falta de comprensión del enunciado y la falta de construcción de un modelo para solventar lo propuesto. Este aspecto concuerda con investigaciones como la de Barajas et al, (2018) o la de Prada y Ramírez (2017) quienes estipulaban que los estudiantes no logran resolver problemáticas de optimización o maximización debido a que no tienen una adecuada comprensión de los objetos y sus aplicaciones.

En el grupo experimental los valores mostraron una mejora significativa respecto al control, el desempeño alcanzado por los chicos fue mayor obteniendo niveles de planteamiento, solución y comprobación. Esta situación resultó opuesta a las investigaciones previamente mencionadas, pero concuerda con lo que Herrera y Padilla (2020) mencionaron, donde al construir una mayor cantidad de registros a través de la teoría propuesta por Duval (1993) los jóvenes consolidan una mejor imagen del objeto matemático.

Al analizar el uso de la tecnología, se determina que para los estudiantes existe una mejor visión y comprensión de los conceptos si existe un reforzamiento tecnológico, siendo este hecho semejante a lo que Martín y Romero (2010) mencionan. Los valores obtenidos muestran un primer acercamiento al planteamiento que Duval establece (1993) en su teoría, lo cual permite que puedan surgir nuevas propuestas encaminadas a trasladar la visión del EOS propuesto por Pino Fan et al. (2013) y visualizar si los valores podrán replicarse si se emplean herramientas digitales.

Conclusión

Los altos niveles de deserción con los que cuenta el nivel medio superior muestran la necesidad de introducir propuestas que mejoren las herramientas y estrategias de los docentes para ir mejorando la estadística de dicho rubro. La presente investigación se presentó como una propuesta que permitiera a los estudiantes de una asignatura compleja como lo es cálculo diferencial, comprender y trasladar lo aprendido hacia situaciones que fueran relevantes dentro de su contexto, siendo esto mediado por el uso de tecnología.

Los resultados obtenidos se visualizan desde dos vertientes, la primera relativa a los aprendizajes y nociones adquiridas por el estudiantado, las cuales muestran que existió una mejor asimilación de los contenidos debido a la inclusión de temáticas propias del contexto de los jóvenes y con herramientas y medios propios del siglo en el que se encuentran. En cuanto a la comprensión se mostró una mejor noción del objeto a través de un enfoque múltiple empleando tablas, gráficas, software, entre otros, este hecho brindó a los estudiantes una noción más concreta sobre lo que estaban trabajando lo cual creó una transición entre conocimientos para la construcción y la modelación de las problemáticas contextualizadas.

Por otro lado, la segunda vertiente es relativa al empleo de la tecnología aplicada al uso de la teoría de registros lo cual permitió que mediante el uso de micro cápsulas sustentadas con

herramientas tecnológicas y haciendo uso de un enfoque de múltiples representaciones y registros los jóvenes tuvieran un mejor análisis de los contenidos del curso. La creación de un aprendizaje ubicuo permite que no solamente los jóvenes visualicen al objeto desde las perspectivas tradicionales del salón de clase, sino que mediante la interacción y dinamismo tecnológico los jóvenes encontrarán un nuevo registro con un gran conjunto de representaciones, siendo esto una transición de la teoría de Duval hacia los nuevos entornos virtuales.

Con este conjunto de nuevos desarrollos se debe destacar los aportes que brinda la ubicuidad del aprendizaje, el cual permite que el estudiantado tome control de sus conocimientos desde el lugar que deseen en el instante que gusten, siendo esto algo novedoso para los jóvenes quienes están habituados a una percepción más cercana a su entorno digital. De igual forma los procesos administrativos de la docencia como la retroalimentación o las soluciones a dudas tuvieron una modificación en su visión, ya que su temporalidad fue casi instantánea lo cual contrasta con los tiempos que en la presencialidad surgen.

Finalmente, los resultados permiten brindar a los docentes de cálculo del nivel medio superior una nueva estrategia donde se tome a los estudiantes como eje central y se apoye de las nuevas tecnologías que actualmente forman parte de la vida cotidiana de los estudiantes, abriendo un nuevo número de posibilidades para replicar los resultados obtenidos y emplear un enfoque de microlearning en conjunto con actividades interactivas provistas por la tecnología con el fin de construir un curso más dinámico y adaptado por los estudiantes.

Referencias

- Álvarez, E. (2019). Aprendizaje móvil con micro – contenidos: construyendo conocimiento para la enseñanza de matemáticas. [Acta Congreso]. V Congreso Internacional sobre Aprendizaje, Innovación y Competitividad. DOI: [10.26754/CINAIC.2019.0042](https://doi.org/10.26754/CINAIC.2019.0042)
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. en M. Artigue, R. Douady y P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97-140). México, Grupo Editorial Iberoamérica
- Artigue, M. (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿Qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1(1), pp. 40-55
- Badillo, E., Azcaráte, C., & Font, V. (2011). Análisis de los niveles de comprensión de los objetos $f'(a)$ y $f'(x)$ en profesores de matemáticas. *Enseñanza de las ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas*. 29 (2), pp. 191-206.
- Barajas, C., Parada, S., & Molina, J. (2018). Análisis de dificultades surgidas al resolver problemas de variación. *Educación Matemática*, 30 (3). Doi: 10.24844/EM3003.12
- Becker, S., Brown, M., Dahlstrom, E., Davis, A., DePaul, K., Diaz, V., & Pomerantz, J. (2018). *NMC horizon report: 2018 higher education edition*. Louisville, CO: Educause.
- Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martínez, V., & Törner, G. (2016). *Teaching and Learning Calculus*. Springer Open. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32975-8>
- Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En: L. Rico (ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona, España: Horsori, pp.95-124.
- Cuesta, A., Pino, M., & Almeida, A. (2021). Traducir al lenguaje algebraico. Innovar la calidad de la enseñanza en la escuela secundaria básica. *Atenas*, 57 (1). <http://atenas.umcc.cu/index.php/atenas/article/view/30>
- Cuesta, A. Escalante, E. & Ruiz, J. F. (2016). Velocidad. Significados manifestados por estudiantes universitarios a partir de representaciones gráficas. *AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática*, 9 (1), pp. 105 – 125. <http://www.aiem.es/index.php/aiem>
- Cuoco, A., & Curcio, F. (2001). *The Roles of Representation in School Mathematics (2001 Yearbook)*. National Council of Teachers of Math.
- Dirección General de Bachillerato – DGB (2008). Programa de estudio de cálculo diferencial. <https://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio/CFP/5to-Semestre/Calculo-Diferencial.pdf>
- Dirección General de Bachillerato – DGB (2020). Programa de estudio de matemáticas. <https://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio/CFB/1er-semestre/Matematicas-I.pdf>
- Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. 5, págs. 37-65. Traducciones para fines educativos (Hitt, F.; Ojeda A.M.) Departamento de Matemáticas Educativa CINVESTAV-IPN, México
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos de aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle.

- Educause (2020). *2020 Educause horizon report. Teaching and learning edition*. https://library.educase.edu/-/media/files/library/2020/3/2020_horizon_report_pdf.pdf.
- Friesen, N. (2007). The Microlearning agenda in the age of educational media. Paper presented at the Micromedia and Corporate Learning: Proceedings of the 3rd International Microlearning 2007. https://www.academia.edu/2817875/The_Microlearning_agenda_in_the_age_of_educational_media.
- Gabrielli, S., Kimani, S., & Catarci, T. (2006): The design of MicroLearning Experiences: A Research Agenda. En hug, T., Lindner, M., bruck, P. (Eds.): *Microlearning: Emerging Concepts, Practices and Technologies after e-Learning*. Proceedings of Microlearning 2005. Learning & Working in new Media. 45-54 Innsbruck: Innsbruck University Press.
- García, D., & Corral, K. (2021). El microaprendizaje y su aporte en la habilidad de concentración en estudiantes de bachillerato. *Revista Innova Educación*. <https://doi.org/10.35622/j.rie.2021.04.002>
- García, J. Segovia, I. y Lupiáñez, J. L. (2012). Antecedentes y fundamentación de una investigación sobre errores en la resolución de tareas algebraicas. En: D. Arnau, J. L. Lupiáñez y A. Maz (eds.), *Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e historia de la matemática y educación matemática 2012*. Valencia, España: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universitat de València y SEIEM, pp. 139-148.
- Heras, D., Pérez de Albéniz, G., & Lara, F. (2012). Adolescentes: percepción de sus dificultades de concentración y su relación con el uso y abuso de las tecnologías de la información y de la comunicación. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 1(1),357-366- <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=349832342036>
- Herrera, H., & Padilla, R. (2020). *Nivel de Aprendizaje Conceptual de la Derivada*. México: Editorial Académica Española.
- Herrera, H., Cuesta, A., & Escalante, J. (2016). El concepto de variable: Un análisis con estudiantes de bachillerato. *Educación Matemática*, 28 (3). https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-80892016000300217
- Herrera, H. (2023). *Diseño de un curso de cálculo diferencial basado en el microlearning y un enfoque de múltiples representaciones semióticas*. [Tesis de doctorado, Universidad Autónoma de Querétaro]. <https://ri-ng.uaq.mx/handle/123456789/9527>
- Hitt, F. (2001). El papel de los esquemas, las conexiones y las representaciones internas y externas dentro de un Proyecto de Investigación en Educación Matemática. En: P. Gómez y L. Rico (eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*. Granada, España: Universidad de Granada, pp. 165-177.
- Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. Décimo Primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México. Recuperado el 8 de mayo de 2010 de <http://www.matedu.cinvestav.mx/librosfernandohitt/Doc-6.doc>
- Hug, T., & Friesen, N. (2009). Outline of a Microlearning Agenda. *Elearning papers*, 16(1). <http://www.elearningeuropa.info/files/media/media20252.pdf>
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía – INEGI. (2020). Censo de Población y Vivienda 2020. <https://www.inegi.org.mx/programas/ccpv/2020/>

- López, C., Aldana, E. & Erazo, J. (2018). Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas en cálculo diferencial e integral. *Revista Logos Ciencia y Tecnología*, 10 (1). <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=517754458011>
- Lupiañez, J. L. (2013). Análisis didáctico: La planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En L. Rico, J. L. Lupiañez & M. Molina (Editores.). *Análisis Didáctico en Educación Matemática* (pp. 81 - 101). Granada, España: Comares.
- Martí, E. y Pozo, J. I. (2000). Más allá de las representaciones mentales: la adquisición de los sistemas externos de representación. *Infancia y aprendizaje*, 23(90), 11-30
- Martín, J. & Romero, D. (2010). Ambiente de Aprendizaje Móvil Basado en MicroAprendizaje. *IEEE-RITA*, 5 (4), 159-165.
- Martínez, O., Combata, H., & De la Hoz, E. (2018). Mediación de los Objetos Virtuales de Aprendizaje en el Desarrollo de Competencias Matemáticas en Estudiantes de Ingeniería. *Formación Universitaria*, 11(6). <https://scielo.conicyt.cl/pdf/formuniv/v11n6/0718-5006-formuniv-11-06-63.pdf>
- Mercedes, A., Pérez, O., & Triana, B. (2017). Propuesta didáctica basada en múltiples formas de representación semiótica de los objetos matemáticos para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial. *Revista Academia y Virtualidad*, 10(2). <https://revistas.unimilitar.edu.co/index.php/ravi/article/view/2743/2637>
- Molina, J., & Romero, D. (noviembre, 2010). Ambiente de Aprendizaje Móvil Basado en Micro – aprendizaje. *IEEE – RITA*, 5(4). <http://rita.det.uvigo.es/201011/uploads/IEEE-RITA.2010.V5.N4.A7.pdf>.
- Morantes, G., Dugarte, E., & Herrera, J. (2019). Perfil del aprendiz estratégico para el estudio de Cálculo Diferencial mediado por las TIC. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 11(3). <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=517762280013>
- Moreno, S., & Cuevas, C. (agosto, 2004). Interpretaciones erróneas sobre los conceptos de máximos y mínimos en el Cálculo Diferencial. *Educación Matemática*, 16 (2), 93-104. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516205>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos – OCDE. (2018), *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias*. OECD Publishing.
- Peschl, M. (2007). from double-Loop Learning to Triple-Loop Learning. *Profound Change, Individual Cultivation, and the Role of Wisdom in the Context of the Microlearning Approach*. En hug, T. (ed.). *Didactics of Microlearning. Concepts, discourses and Examples*, 292-312. Münster (gE): Waxmann.
- Pino, M., & Almeida, B. (2020). *Procedimientos metodológicos para la resolución de problemas de matemática y física*. Universidad de Matanzas (CD Monografías 2020) <http://repositorio.cict.umcc.cu/>
- Pino-Fan, L., Godino, J. D. & Font, V. (2013). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (segunda parte). *REVEMAT*, 8,
- Pino-Fan, L., Guzmán, I., Font, V., & Duval, R. (2017). Analysis of the underlying cognitive activity in the resolution of a task on derivability of the absolute-value function: Two theoretical perspectives. *PNA*, 11(2), 97-124.

- Prada, R., & Ramírez, P. (julio, 2017). Dificultades en la modelización matemática asociadas a la solución de problemas de optimización en cursos de cálculo diferencial [Acta de Congreso]. VIII Congreso Iberoamericano De Educación Matemática, Madrid, España.
- Prensky, M. (2003). Digital natives, digital immigrants part 1. *The Horizon*, 9 (5), pp. 1– 6. Doi:[10.1108/10748120110424816](https://doi.org/10.1108/10748120110424816)
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. *PNA*, 4(1), 1-14.
- Riego, M. (julio – diciembre, 2013). Factores Académicos que Explican la Reprobación en Cálculo Diferencial. *Conciencia Tecnológica*, (46). <https://www.redalyc.org/pdf/944/94429298006.pdf>
- Salas, F., González, E., & Estévez, E. (2021). Microlearning: innovaciones instruccionales en el escenario de la educación virtual. *Revista Investigación Educativa de la Rediech*. <https://www.redalyc.org/journal/5216/521665144030/521665144030.pdf>
- Secretaría de Educación Pública – SEP. (2019). PLANEA en Educación Media Superior. <http://planea.sep.gob.mx/ms/>
- Vergara, S. (2018). Aprendizajes básicos en niños y niñas de Veracruz: primeros resultados de la medición independiente de aprendizajes. *Interamericana de Educación de Adultos*, 40. (2), 44-78. <https://doi.org/10.1007/s10833-016-9285-5>