

Competencia de futuros profesores de matemáticas para el análisis de la idoneidad didáctica de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto

Prospective mathematics teachers' competence for analysing the didactic suitability of a proportionality lesson in a textbook

María José Castillo,¹ María Burgos,²
Juan D. Godino³

Resumen: Se describe el diseño y resultados de una intervención formativa con futuros profesores de matemáticas orientada a promover la competencia de análisis de la idoneidad didáctica de una lección de libro de texto sobre proporcionalidad. El enfoque metodológico adoptado corresponde a la ingeniería didáctica. Además, se sigue una metodología de análisis de contenido para la evaluación de los informes escritos producidos por 14 equipos de trabajo sobre la idoneidad cognitiva-afectiva e instruccional-ecológica de la lección. Dichos equipos conforman una muestra de 30 futuros profesores de matemáticas de secundaria, estudiantes de un Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Tomando como base el análisis a priori consensuado por el equipo investigador, se detecta que la mayoría de las valoraciones realizadas por los equipos de trabajo son adecuadas. Los futuros profesores identifican carencias y aspectos positivos de la lección y plantean sugerencias en cuanto a la gestión de uso del libro de texto. Se concluye que la experiencia permite a los futuros profesores

Fecha de recepción: 9 de agosto de 2021. **Fecha de aceptación:** 17 de enero de 2022.

¹ Universidad de Costa Rica. mariajosecastillo.24@gmail.com, orcid.org/0000-0002-8046-8927.

² Universidad de Granada. mariaburgos@ugr.es, orcid.org/0000-0002-4598-7684.

³ Universidad de Granada. jgodino@ugr.es, orcid.org/0000-0001-8409-0258.

reflexionar y adquirir conocimientos y competencias necesarias, no solo en el análisis de lecciones de libros de texto, sino en la gestión crítica de estas.

Palabras clave: *formación de profesores; análisis de libros de texto; idoneidad didáctica; proporcionalidad.*

Abstract: In this paper the design and results of a training intervention aimed to promote prospective high school mathematics teachers' competence for analyzing the didactic suitability analysis of a textbook proportionality lesson is described. The methodological approach adopted corresponds to didactic engineering. Furthermore, content analysis was used to evaluate the written reports produced by 14 work teams on the lesson cognitive-affective and instructional-ecological suitability. These teams make up a sample of 30 prospective high school mathematics teachers, who were enrolled in a Master's Degree in Compulsory and Post-compulsory Secondary Education. Most of the work teams' assessment reports were adequate, according to the a priori analysis agreed upon by the research team. The prospective teachers pointed out to shortcomings and positive aspects of the lesson and made suggestions regarding the management of the textbook's use. We conclude that the experience allowed the future teachers to reflect and acquire knowledge and necessary competences, not only for the analysis of textbook lessons but also for their critical management.

Keywords: *teacher education; textbook didactical analysis; didactic suitability; proportionality.*

1. INTRODUCCIÓN

Conocer los modelos didácticos implícitos en los textos escolares es de vital importancia para comprender el tipo de intervención que promueven y poder reflexionar sobre sus consecuencias y su evolución (Serradó y Azcárate, 2003). Así, se espera que el profesor sea capaz de utilizar los materiales curriculares como guía para el diseño instruccional, tomando decisiones pedagógicas, interpretando la información que en ellos se incluye, estableciendo críticas y realizando adaptaciones que solventen sus limitaciones al considerar las

necesidades del contexto (Avila, 2019; Braga y Belver, 2016; Brown, 2009; Choppin, 2011; Remillard, 2005; Yang y Liu, 2019).

A pesar de ello, los profesores en formación y en ejercicio tienen dificultades, tanto para realizar un análisis adecuado de los libros de texto como para adoptar un enfoque analítico, al basarse en sus propios criterios intuitivos (Beyer y Davis, 2012; Nicol y Crespo, 2006; Schwarz *et al.*, 2008). Esto nos lleva a reconocer la importancia y necesidad de incorporar herramientas de análisis en el diseño de actividades formativas que guíen a los docentes en la identificación de fortalezas y debilidades de los materiales curriculares y la realización de adaptaciones oportunas.

La idoneidad didáctica (Breda *et al.*, 2017; Breda *et al.*, 2018; Godino *et al.*, 2016) surgió en el marco del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino *et al.*, 2007), para orientar al profesorado en la toma de decisiones en las fases de diseño, implementación y evaluación de la práctica docente. Numerosas investigaciones en el campo de la formación de profesores han empleado dicha herramienta teórica, sus componentes e indicadores para organizar la reflexión del profesor y desarrollar la competencia de valoración de los procesos de instrucción implementados (Breda *et al.*, 2017; Burgos *et al.*, 2020; Castro *et al.*, 2018; Castro y Velásquez, 2014; Giacomone *et al.*, 2018; Hummes *et al.*, 2019). Dado que una lección de un libro de texto puede considerarse como un proceso de instrucción potencial o planificado por el autor del libro, que el profesor puede adoptar para implementar el proceso de instrucción efectivo, es posible aplicar la herramienta idoneidad didáctica, para valorar la adecuación de dicho proceso.

En este trabajo exploramos el uso de la herramienta idoneidad didáctica para que futuros profesores de matemáticas de secundaria reflexionen y adquieran los conocimientos y competencias necesarias, no solo en el análisis de lecciones de libros de texto, sino en la gestión crítica de dichas lecciones.

La elección del tema de la proporcionalidad se debe fundamentalmente a tres motivos: (1) la importancia que tiene el estudio de razones, proporciones y proporcionalidad en los currículos de Educación Primaria y Secundaria; (2) que este contenido no suele recibir un tratamiento adecuado en los textos (Ahl, 2016; Avila, 2019; Shield y Dole, 2013) y (3) que, a pesar de que tanto estudiantes como profesores muestran dificultades con el razonamiento proporcional (Fernández y Llinares, 2011; Van Dooren *et al.*, 2008) son pocos los estudios que abordan el conocimiento necesario para que los docentes puedan enseñar de manera pertinente la proporcionalidad (Weiland *et al.*, 2021).

En la sección 2 se introducen los elementos del marco teórico adoptado para la investigación y el problema que abordamos. En la sección 3 se describe la metodología. Los resultados del análisis de las valoraciones de idoneidad y de los juicios razonados elaborados por los participantes en las facetas Cognitiva, Afectiva, Interaccional, Mediacional y Ecológica sobre la lección de proporcionalidad de la lección se incluyen en la sección 4. La sección 5 abarca las conclusiones, limitaciones y posibles líneas de investigación.

2. MARCO TEÓRICO Y PROBLEMA

Diversas tendencias sobre formación de profesores proponen la reflexión sobre la práctica docente como una competencia clave para el desarrollo profesional y la mejora de la enseñanza (Hummes *et al.*, 2019; Mason, 2016). En este sentido, desde el modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) desarrollado en el marco del EOS (Godino *et al.*, 2017) se destaca la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción, refiriéndose a la competencia para la reflexión global sobre la práctica docente (la propia y la de otros), su valoración y mejora progresiva. En dicho marco se entiende la idoneidad didáctica como el grado en que un proceso de instrucción (o una parte de este) reúne ciertas características óptimas para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno) (Breda *et al.*, 2017; Godino *et al.*, 2016). Supone la articulación coherente y sistémica de seis facetas: Epistémica, Ecológica, Cognitiva, Afectiva, Interaccional y Mediacional.

La *idoneidad epistémica* refiere a la enseñanza de una ‘buena matemática’ (Breda *et al.*, 2017). Para que el proceso de enseñanza observado sea considerado de calidad, se debe tener en cuenta la presencia de diversos significados del contenido correspondiente y su interconexión (Godino *et al.*, 2016).

Un adecuado grado de *idoneidad cognitiva*, requiere que los contenidos posean una dificultad manejable para el nivel educativo al que se dirige, así como que las situaciones propuestas respondan a distintos niveles de dificultad. Es importante también que se promueva el uso de diversas estrategias de resolución y que se advierta a los alumnos de posibles dificultades y errores. La *idoneidad afectiva* se relaciona con factores que dependen de la institución y

del alumno. Un alto grado de idoneidad afectiva requiere la existencia de elementos motivadores (ilustraciones, humor...) y la selección de situaciones que respondan a los intereses de los alumnos y que permitan valorar la utilidad del contenido. Además, se deben promover actitudes de perseverancia y responsabilidad hacia las matemáticas, en particular, la flexibilidad para explorar ideas matemáticas y métodos alternativos, para la resolución de problemas.

El término *idoneidad instruccional* se usa para referirse a la idoneidad interaccional y mediacional en conjunto. La idoneidad interaccional es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje. La *idoneidad mediacional*, supone el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. En el aspecto temporal, se debe garantizar que la secuenciación de contenidos y actividades es la adecuada, dedicando tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión. Por último, el grado en que la acción formativa es adecuada dentro del entorno en que se implementa es la *idoneidad ecológica*. Esto supone, en particular, que los contenidos y su desarrollo se correspondan con las directrices curriculares, y que estos aparezcan relacionados con otros contenidos disciplinares.

Para cada una de estas facetas, se identifican un sistema de componentes e indicadores empíricos generales, que constituyen una guía para el análisis y reflexión sistemática, aportando criterios para la mejora progresiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Dado que la idoneidad didáctica se puede aplicar para analizar aspectos parciales de un proceso de enseñanza, como el previsto en una lección concreta de un libro de texto y dada la importancia que dicho recurso sigue teniendo en el diseño instruccional (Braga y Belver, 2016) consideramos conveniente que los profesores conozcan las facetas, componentes e indicadores de la idoneidad didáctica y adquieran competencia para su uso en el análisis crítico de dichos recursos.

En este texto, se describe el diseño, implementación y resultados de una intervención formativa con futuros profesores de secundaria orientada a desarrollar la competencia de análisis de la idoneidad didáctica de lecciones de libros de texto en el tema de proporcionalidad. Los objetivos específicos de la investigación son:

- Dar a conocer a los futuros profesores una metodología para analizar la idoneidad didáctica de lecciones de libros de texto de matemáticas.

- Analizar cómo estos sujetos aplican la herramienta para valorar de manera crítica y constructiva una lección particular de proporcionalidad y cómo consideran su análisis para proponer mejoras en la gestión del recurso. En este caso se centra la atención en las facetas Cognitiva-Afectiva e Instruccional-Ecológica.⁴

3. METODOLOGÍA

Dado que el interés de nuestra investigación es llevar a cabo acciones formativas con futuros profesores de matemáticas destinadas a desarrollar su competencia de análisis de la idoneidad didáctica, el enfoque metodológico que adoptamos es la ingeniería didáctica entendida en el sentido generalizado propuesto por Godino *et al.* (2014). Esta interpretación distingue cuatro fases de investigación: estudio preliminar en sus diferentes dimensiones (Epistémica, Cognitiva, Afectiva, Instruccional y Ecológica), diseño del experimento (selección de tareas, secuenciación y análisis a priori de las mismas), implementación (observación de las interacciones entre las personas y evaluación del aprendizaje alcanzado), y análisis retrospectivo (derivado del contraste entre lo previsto en el diseño y lo observado en la implementación). A continuación, se presentan el estudio preliminar y el diseño del experimento (contexto, consignas entregadas a los participantes y análisis a priori del texto). El análisis de contenido (Cohen *et al.*, 2011) de los informes entregados por los futuros profesores, empleando las facetas, sus componentes e indicadores de idoneidad como categorías de análisis para mostrar de modo sintético las respuestas de los participantes, nos permite valorar los resultados de aprendizaje logrados, comparando con la valoración experta previa. Los resultados de este análisis se muestran en la sección 4.

3.1. ESTUDIO PRELIMINAR

La valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción planificado en una lección de un libro de texto sobre proporcionalidad, requiere recopilar, analizar y sistematizar conocimientos didáctico-matemáticos resultados de las

⁴ Por motivos de espacio, la faceta epistémica centrará la atención de un nuevo artículo.

investigaciones educativas sobre la enseñanza y aprendizaje de dicho tópico. Esta información permite enriquecer y particularizar los componentes e indicadores en cada faceta de la idoneidad didáctica para elaborar una Guía de Análisis de Lecciones de Libros de Texto de Matemáticas adaptada al tema de proporcionalidad (GALT-Proporcionalidad), que constituya la herramienta metodológica que empleen los futuros profesores en la intervención formativa. Aunque esta guía incluye indicadores para las seis idoneidades parciales contempladas en el EOS, centramos nuestra atención en las dimensiones cognitivo-afectiva e instruccional-ecológica.

Si bien la consideración del tema específico de la proporcionalidad no supone cambios relevantes en los indicadores de la guía general GALT-Matemáticas (Castillo *et al.*, 2022) referentes a las dimensiones afectivo y ecológica y que pueden consultarse en las tablas 2 y 4, si fue necesario refinar algunos indicadores en las dimensiones cognitiva e instruccional, incorporando conocimientos didáctico-matemáticos relevantes en relación a dichas facetas.

Desde el punto de vista cognitivo, para valorar si los contenidos presentes en la lección son de un nivel de dificultad adecuado para los alumnos a los que se dirige, es importante tener en cuenta aquellos factores que influyen en el nivel de éxito de los alumnos al resolver tareas de proporcionalidad. Trabajos como los de Fernández y Llinares (2011), Silvestre y da Ponte (2011) o Van Dooren *et al.* (2008), señalan: la relación entre los números involucrados, el uso de razones enteras y no enteras, las unidades de las magnitudes involucradas en la situación, la manera en que se formula la tarea, o la ubicación del valor desconocido en una situación de valor faltante entre otros. Se observa que los problemas que involucran números naturales pequeños o aquellos en los que existe una relación de divisibilidad entre sus términos, resultan más fáciles para los alumnos (Silvestre y da Ponte, 2011).

Se considera importante que la lección de libro de texto advierta de errores y dificultades de los alumnos. En este sentido, algunas estrategias erróneas que comúnmente emplean los estudiantes al enfrentarse a una tarea de proporcionalidad, tienen que ver con el uso de relaciones aditivas en lugar de multiplicativas evitando el uso de fracciones (Lamon, 1993). Por otro lado, ocurre que los estudiantes utilizan modelos lineales en situaciones no pertinentes para su aplicación (“ilusión de linealidad”) y que caracterizan (erróneamente) la proporcionalidad entre magnitudes A y B basándose en la aplicación solo de condiciones necesarias como la regla “más en A, más en B” (Van Dooren *et al.*, 2008).

Para atender a las diferencias individuales, es imprescindible promover el uso de diversas estrategias correctas en situaciones de proporcionalidad. Por ejemplo, estrategias de construcción progresiva, el uso de la razón unitaria (¿cuánto por uno?), uso del factor de cambio (se reconoce el factor multiplicativo entre cantidades), entre otras (Fernández y Llinares, 2011; Silvestre y da Ponte, 2011).

Desde el punto de vista instruccional, y en lo que respecta a la secuenciación de la lección, diversos autores consideran pertinente avanzar desde un conocimiento de naturaleza intuitiva y cualitativa, de estructura aditiva (pre-proporcional), hacia un conocimiento cuantitativo de estructura multiplicativa (proporcional). Por otro lado, el uso indiscriminado de la regla de tres impide el desarrollo adecuado del razonamiento proporcional, en particular, la correcta distinción de las situaciones de proporcionalidad de aquellas que no lo son (Fernández y Llinares, 2011), por lo que es recomendable, antes de introducir este algoritmo, ofrecer otros procedimientos como los mencionados previamente (Ercole *et al.*, 2011; Shield y Dole, 2013).

3.2. DISEÑO DEL EXPERIMENTO E IMPLEMENTACIÓN

La experiencia se realizó en el marco de un Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato (especialidad de Matemáticas), en diciembre del 2019, con 30 estudiantes del curso de posgrado Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas en Educación Secundaria, en el que se contempla el libro de texto como recurso en el aula de matemáticas y su relación con los organizadores curriculares. La intervención formativa tuvo una duración de dos horas y media de trabajo presencial en el aula. De manera previa a esta sesión, los participantes habían recibido formación (dos sesiones de dos horas y media de duración) sobre significados y distintos tipos de objetos matemáticos. Los participantes contaron con dos semanas para elaborar los informes escritos; durante este tiempo, podían preguntar sus dudas por medio de la plataforma Moodle. Se dispone de los informes sobre el análisis de una lección de proporcionalidad en un libro de texto, producidos por 14 equipos de estudiantes, lo anterior como trabajo voluntario para incrementar la calificación del curso.

Instrumento de recogida de datos

Se escogió como texto de proporcionalidad la lección de Arias y Maza (2015) de uso extendido entre los centros escolares en el contexto español. Tras la presentación y discusión de la noción de idoneidad didáctica y de la GALT-Proporcionalidad se propuso a los estudiantes del Máster que, trabajando en equipos de dos o tres estudiantes, respondieran a las siguientes consignas:

1. En cada una de las unidades de análisis en que se ha descompuesto el texto sobre proporcionalidad (Arias y Maza, 2015) y para cada una de las facetas:
 - a) Identificar los componentes y subcomponentes según corresponda, tomando como base el orden en que se presentan en la GALT-Proporcionalidad.
 - b) ¿En qué grado se cumple cada indicador de idoneidad didáctica en la unidad de análisis? En la columna valoración asignar 0, 1, 2 para expresar el grado de cumplimiento de cada indicador según el siguiente criterio: 0 si no se cumple el indicador; 1 si se cumple parcialmente; 2 si se cumple totalmente. Tenga en cuenta si existe algún tipo de discordancia entre el significado planificado por los autores y el significado de referencia sobre el mismo (conflictos).
 - c) Elaborar un juicio razonado sobre la idoneidad didáctica de la lección en cada una de las facetas. Tenga en cuenta la información obtenida anteriormente y los criterios de idoneidad didáctica (GALT-Proporcionalidad).
2. ¿Cómo crees que se debe gestionar el uso del texto para incrementar la idoneidad del proceso de estudio? Describir los cambios que habría que introducir en el proceso de estudio para resolver los conflictos epistémicos, cognitivos e instruccionales que previamente se han identificado.

Se explicó a los estudiantes que, en caso de no considerar apropiado aplicar un indicador en una unidad de análisis, debían indicarlo.

Análisis a priori de la idoneidad Cognitivo-Afectiva e Instruccional-Ecológica de la lección

Como parte del diseño de la intervención, los investigadores realizaron de manera independiente el análisis a priori de la idoneidad de la lección de proporcionalidad del libro de texto (Arias y Maza, 2015), que había sido dividida en cuatro unidades de análisis: U1, razón y proporción; U2, proporcionalidad

directa; U3, proporcionalidad inversa; U4, porcentajes. Posteriormente se consensuó una valoración común que es la que a continuación se presenta. Este análisis constituye el referente para interpretar las respuestas dadas por los profesores en formación.

Las puntuaciones (0, 1, 2 según la consigna) otorgadas por el equipo investigador a partir de estas valoraciones quedan recogidas en las tablas de la 1 a la 4 (destacadas en negrita), donde estas se comparan con las asignadas por los futuros profesores. Empleamos las siglas I (indicador) acompañada de su correspondiente numeración según se muestra en las tablas de la 1 a la 4 para la correspondiente valoración.

Idoneidad Cognitiva. En relación a los conocimientos previos, no se referencian contenidos asociados al tema como pueden ser: operaciones con decimales en U1, ley del doble, triple, mitad, magnitud, unidades de medida de magnitud en U2 y U3, área de un rectángulo en U3, expresión de partes usando porcentajes en U4. Mediante una anotación se precisa una diferencia entre el concepto de razón y fracción en U1, y en U2 se incluye el “recuerda” con información sobre condiciones que deben cumplir dos magnitudes directamente proporcionales (I1). Por otro lado, en todas las unidades los contenidos pretendidos poseen una dificultad manejable (I2).

En cuanto a las *diferencias individuales*, existe poca presencia de tareas de ampliación (dirigidas a estudiantes con mayor competencia matemática, que involucren procesos como la modelización o generalización); identificándose actividades de este tipo únicamente en U2 y U3. Un ejemplo de este tipo de situación se incluye en la figura 1, sobre repartos proporcionales, no tratados previamente. Además, se utilizan únicamente dos estrategias correctas para resolver situaciones en U2, U3 y U4, para U1 solo se trabaja las proporciones con el producto cruzado (I4).

83 Un padre decide repartir 36 € de paga entre sus hijos, y desea hacerlo proporcionalmente a sus edades, que son 8, 12 y 16 años. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno?

Figura 1. Tarea de ampliación (Arias y Maza, 2015, p. 148)

Respecto al componente *conflictos cognitivos* observamos que no se emplean estrategias erróneas como fuente de aprendizaje en ninguna de las unidades (I5).

Existen diferentes niveles de dificultad en relación con la naturaleza numérica de las cantidades de magnitudes propuestas y el lugar que ocupa la variable en las diferentes situaciones propuestas en U1 y U2. Sin embargo, en U3 todos los datos numéricos empleados son números enteros y en U4 existe poca variedad respecto a los ejemplos resueltos (I6). Se encuentran algunas advertencias de errores y dificultades a los alumnos en U1, U2 y U3. Por ejemplo, en U1 se advierte que una razón no es una fracción, en U2 se precisa “para saber si dos magnitudes son directamente proporcionales no basta con comprobar que, al aumentar una magnitud, la otra aumenta también”. Para U3 se señala “recuerda que lo primero que hay que hacer es determinar si las magnitudes son inversamente proporcionales” (I7). Con relación a la evaluación, no se proponen instrumentos que permitan evaluar al alumno ni que permitan la autoevaluación (I8).

Idoneidad Afectiva. En la lección no se promueve la perseverancia, responsabilidad, etc. en el trabajo matemático (I9), ni se favorece la argumentación en situaciones de igualdad (I10). Se echan en falta situaciones-problemas previos que motiven los procedimientos y no se fomenta la flexibilidad para explorar ideas matemáticas y métodos alternativos para la resolución de problemas: en U2, U3 y U4 se establecen dos métodos de solución para las tareas de valor faltante y para resolver problemas de aumentos y descuentos (I11).

Respecto a la consideración de *emociones y valores* en la lección, se incluyen situaciones contextualizadas que implican conexiones con la vida real, lo cual podría ser de interés para el alumno (I12) a la vez que permiten valorar la utilidad de las matemáticas, aunque no sus cualidades de estética o precisión (I18). También se utilizan algunas ilustraciones, pero no situaciones de humor o curiosidades (I13). En ninguna de las unidades se potencian los razonamientos lógicos, las ideas originales o el trabajo útil, práctico o realista (I14). Tampoco se dedica espacio para que los estudiantes puedan expresar sus emociones hacia las situaciones propuestas (I15), ni se promueve la autoestima, evita el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas (I16). Por otro lado, en ninguna de las unidades se consideran las *creencias* (I17). Tampoco se proponen actividades de *evaluación* que permitan valorar los aspectos afectivos (I19).

Idoneidad Instruccional. En relación a la *interacción autor-alumnos*, la presentación teórica del tema es organizada, proponiéndose primero definiciones y procedimientos con pasos a seguir y posteriormente ejemplos resueltos. No obstante, no se presentan de manera suficientemente clara los conceptos claves: razón, proporción, constante de proporcionalidad (U1), magnitudes directa e inversamente proporcionales (U2 y U3). Las proposiciones y procedimientos

fundamentales no se tratan de manera adecuada en U2 y U3. Por ejemplo, en la figura 2 se observa la descripción del método de la regla de tres y como se identifica la relación de proporcionalidad directa con “más a más” o “menos a menos”. Los porcentajes se presentan en U4 de forma rutinaria y desconectada de las secciones previas (I20).

2.4 Método de regla de tres directa

Para resolver los problemas de regla de tres directa se sigue el procedimiento:

- a) Se identifican las magnitudes que intervienen y sus unidades.
- b) Se colocan las magnitudes y los datos poniendo en **último** lugar la incógnita.
- c) Se determina si la proporcionalidad es **directa**. Es **directa** cuando va de **+ a +** o de **- a -**
- d) Se forma la proporción y se calcula el cuarto proporcional.

Figura 2. Descripción de la regla de tres. (Arias y Maza, 2015, p. 139)

En la lección no se presentan situaciones que permitan llegar a consensos empleando argumentos diversos (I21). No se puede considerar que el autor use recursos retóricos y argumentativos para captar la atención del alumno (I22); excepcionalmente se emplea una nota “recuerda” en U2 y esquemas que resumen procedimientos a seguir en U4. Dado que en la explicación teórica los ejemplos están completamente acabados, no se invita al alumno a involucrarse en la dinámica de la exposición (I23).

En relación a las *interacciones discentes*, no existen tareas que permitan al alumno resolverlas y discutir las de forma colaborativa por lo que no se favorece el diálogo y debate entre los estudiantes (I24), ni el planteamiento de conjeturas o empleo de argumentos matemáticos (I25). No se fomenta la *autonomía* dado que son escasos los momentos donde los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (I26); estos responden a la resolución de tareas propuestas similares a los ejemplos resueltos previamente, lo que implica que el alumno no tiene la oportunidad de explorar, investigar o conjeturar. Solo dos actividades solicitan interpretar la respuesta en U1, y únicamente la primera situación en U3 (figura 3) puede considerarse una oportunidad para que el alumno explore e investigue ya que es la primera vez que el alumno se enfrenta al tema.



Figura 3. Situación introductoria en U3 (Arias y Maza, 2015, p. 139)

Como se mencionó no se identifican instrumentos de *evaluación* (I27).

En cuanto al componente *recursos*, no se promueve el uso de materiales manipulativos, audiovisuales e informáticos (I28) ni se explicitan las fuentes usadas en toda la lección (I30). No se utilizan modelos concretos que permitan contextualizar y motivar las definiciones y propiedades. No obstante, se emplean visualizaciones para representar los factores que se multiplican en el producto cruzado en U1, se incluyen visualizaciones tabulares y diagramáticas en U2, U3 y U4 (I29).

Por otro lado, no se plantea el *espacio temporal* suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión (I31). La temporalización de la secuenciación de actividades y contenidos no es del todo adecuada (I32). La presentación de definiciones o procedimientos seguida de un ejemplo resuelto únicamente para U1, U2 y U3 refleja que el espacio dedicado a todos los contenidos es homogéneo; únicamente para U4 se proponen más ejemplos resueltos y algunos se resuelven mediante dos formas diferentes.

Idoneidad Ecológica. La *adaptación* de la lección *al currículo* (I33) se considera inadecuada: los conceptos de proporción continua y medio proporcional presentados en U1 no se contemplan en las directrices curriculares, en la lección no se tratan los repartos directa e inversamente proporcionales, y no existe una conexión de los porcentajes con las magnitudes directamente proporcionales, no se aborda su cálculo con calculadora. Además, las tareas propuestas no promueven el uso de diferentes estrategias en la resolución de problemas de variaciones porcentuales y magnitudes directa o inversamente proporcionales.

La lección no contempla la *apertura a la innovación* y la *educación en valores*, ya que las situaciones propuestas no promueven la investigación ni la práctica reflexiva en los alumnos (I34), tampoco se dan oportunidades para que los alumnos desarrollen un pensamiento crítico, cuestionando lo aparentemente evidente, ni se contempla la formación en valores democráticos en ninguna de las situaciones propuestas (I36). La *adaptación socio-profesional* y las *conexiones intra e interdisciplinares* se abordan parcialmente, ya que, por un lado,

las situaciones contextualizadas no tratan lo suficiente aspectos sociales o profesionales (I35), y por otro, se tratan conexiones intra (geometría) e interdisciplinares (velocidad-física) en algunas situaciones de U1, U2, U3 y la aplicación de impuestos en algunas tareas de U4 (I37).

4. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Se presentan los resultados del análisis de las valoraciones de idoneidad dadas por los futuros profesores sobre la lección de proporcionalidad, por medio de la herramienta GALT-Proporcionalidad en las facetas Cognitiva, Afectiva, Instruccional y Ecológica. En primer lugar, se comparan dichas valoraciones con el análisis a priori realizado por los investigadores. En segundo lugar, se describen los juicios razonados sobre la idoneidad de la lección elaborados por los participantes, indicando las características que emplean para dar una evaluación positiva o negativa. Finalmente se analizan las respuestas sobre la gestión de uso de la lección.

4.1. ANÁLISIS DE LA LECCIÓN A TRAVÉS DE LA GALT-PROPORCIONALIDAD

En las tablas de la 1 a la 4 se presentan las valoraciones cuantitativas dadas por los participantes en cada uno de los indicadores de las facetas en las cuales nos centramos. Para comprobar su grado de corrección, se incluye la valoración otorgada por los investigadores, destacada en negrita. La valoración ordinal indica la presencia o no de cada indicador en la lección (0 nunca, 1 a veces-parcialmente, 2 siempre-totalmente) dada por los equipos. En paréntesis se indica la frecuencia de las valoraciones hechas por los equipos. Si en algún caso la suma de las frecuencias no es 14 (número total de equipos), se debe a que algún equipo no ha valorado dicho indicador. Destacaremos aquellos indicadores de idoneidad que la mayoría de los equipos valoraron de modo diferente a la del grupo investigador. Su formulación y aplicación al análisis de la lección requieren especial atención y suponen reflexionar sobre las causas que originan dichas discrepancias.

Valoraciones en las facetas Cognitiva y Afectiva

Como se observa en la tabla 1 existen discordancias en las valoraciones otorgadas por el grupo investigador y la mayoría de los equipos en los indicadores I1, I4, I6, I7, I8, de la Faceta Cognitiva, que intentamos justificar a continuación.

Tabla 1. Comparación de valoraciones en la Faceta Cognitiva

Indicadores según componentes	Valoración (Frecuencia)			
	U1	U2	U3	U4
Conocimientos previos				
I1. Se contempla en el texto los conocimientos previos necesarios de acuerdo con el nivel educativo correspondiente.	0(12) 1(1) 2(1)	0(4) 1(5) 2(5)	0(6) 1(2) 2(6)	0(6) 1(4) 2(4)
I2. Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.	0(0) 1(3) 2(11)	0(0) 1(5) 2(9)	0(0) 1(4) 2(10)	0(0) 1(3) 2(11)
Diferencias individuales				
I3. Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo.	0(0) 1(10) 2(4)	0(1) 1(7) 2(6)	0(0) 1(9) 2(5)	0(1) 1(9) 2(4)
I4. Se promueve el acceso, el logro y apoyo de todos los estudiantes, por ejemplo, promoviendo uso de diversas estrategias correctas.	0(10) 1(4) 2(0)	0(9) 1(4) 2(1)	0(7) 1(5) 2(2)	0(8) 1(4) 2(2)
Conflictos cognitivos				
I5. Se valora y emplea el uso de estrategias erróneas (estrategias aditivas...) como fuente de aprendizaje.	0(12) 1(1) 2(1)	0(13) 1(0) 2(1)	0(11) 1(2) 2(1)	0(13) 1(0) 2(1)
I6. Se prevén situaciones con diferentes niveles de dificultad (con números enteros, no enteros, relaciones de divisibilidad...)	0(2) 1(5) 2(7)	0(2) 1(7) 2(5)	0(3) 1(6) 2(5)	0(3) 1(6) 2(5)
I7. Se advierte de errores y dificultades de los alumnos (obstáculo de linealidad, asumir como suficientes condiciones necesarias...).	0(13) 1(1) 2(0)	0(10) 1(1) 2(3)	0(12) 1(1) 2(1)	0(11) 1(2) 2(1)
Evaluación				

Indicadores según componentes	Valoración (Frecuencia)			
	U1	U2	U3	U4
I8. Se proponen instrumentos de evaluación, autoevaluación.	0(1)	0(0)	0(2)	0(0)
	1(9)	1(10)	1(7)	1(12)
	2(4)	2(4)	2(5)	2(2)

Para la valoración de I1 es probable que la mayoría de los participantes no contemplaron en U1 la referencia al concepto de fracciones, o bien que hayan considerado que debería existir un apartado previo a la lección donde se “reapen contenidos anteriores”. En las demás unidades las frecuencias no describen una preferencia clara de la mayoría de los participantes.

En relación con I4 suponemos que los participantes no consideraron que en U2, U3 y U4 existen dos modos de proceder en la solución de algunas tareas, lo que justifica la valoración parcial del indicador, a pesar de que las mismas no son suficientemente diversas. Para I6, aunque la mayoría de los participantes no coinciden con nuestra valoración parcial del indicador para U2, U3 y U4, en general reflexionaron que se cumple de manera total o parcial. En este caso, cinco equipos no han tenido en cuenta que en U3 no se tratan números no enteros en las tareas propuestas y que en U4 las situaciones son todas de ejercitación por lo que podría existir mayor variedad en cuanto al nivel de dificultad.

La mayoría de los participantes han valorado I7 con cero en todas las unidades. Esto puede deberse a que obviaron las advertencias incluidas en la lección de que una razón no es una fracción, o que “para saber si dos magnitudes son directamente proporcionales no basta con comprobar que, al aumentar una magnitud, la otra aumenta también” o bien que no las reconocieron suficientes para estimar el indicador como parcialmente satisfecho.

Finalmente, en I8, es factible que la mayoría de los participantes consideraran las actividades propuestas al final de cada unidad como de evaluación, sin embargo, no pensamos que las mismas tengan este fin, simplemente son actividades para que el alumno resuelva.

Como se observa en la tabla 2, las valoraciones de los estudiantes y las valoraciones del equipo investigador concuerdan en la mayoría de los indicadores de la Faceta Afectiva. Únicamente aparecen discordancias con la mayoría de los equipos en cuanto a la existencia de elementos motivadores (I13). La existencia de ilustraciones en el texto (si bien no son situaciones humorísticas o curiosidades) llevó al equipo investigador a valorar con pertinencia media este

indicador en las distintas unidades, mientras que los participantes en su mayoría reconocieron con pertinencia baja este indicador en cada unidad.

Tabla 2 Comparación de valoraciones en la Faceta Afectiva

Indicadores según componentes	Valoración (Frecuencia)			
	U1	U2	U3	U4
Actitudes				
I9. Se promueve la participación en actividades, perseverancia, responsabilidad, etc., para fomentar una actitud matemática.	0(11) 1(3) 2(0)	0(12) 1(2) 2(0)	0(11) 1(2) 2(1)	0(10) 1(4) 2(0)
I10. La argumentación se favorece en situaciones de igualdad, el valor de un argumento no depende de quién lo dice.	0(6) 1(2) 2(4)	0(8) 1(2) 2(3)	0(9) 1(2) 2(2)	0(8) 1(3) 2(3)
I11. Se fomenta la flexibilidad para explorar ideas matemáticas y métodos alternativos, para la resolución de problemas.	0(12) 1(2) 2(0)	0(10) 1(3) 2(1)	0(10) 1(3) 2(1)	0(13) 1(1) 2(0)
Emociones				
I12. Las tareas y el contenido correspondiente tienen interés para los alumnos.	0(2) 1(8) 2(4)	0(3) 1(8) 2(3)	0(4) 1(8) 2(2)	0(1) 1(7) 2(6)
I13. Existen elementos motivadores: ilustraciones, humor, poesías, adivinanzas, etc.	0(9) 1(4) 2(1)	0(10) 1(4) 2(0)	0(9) 1(5) 2(0)	0(10) 1(4) 2(0)
I14. Se fomentan y potencian los razonamientos lógicos, las ideas originales o el trabajo útil, práctico o realista.	0(9) 1(5) 2(0)	0(11) 1(3) 2(0)	0(11) 1(3) 2(0)	0(11) 1(3) 2(0)
I15. Se programan momentos específicos a lo largo de las sesiones para que los estudiantes puedan expresar sus emociones hacia las situaciones propuestas.	0(14) 1(0) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)	0(14) 1(0) 2(0)	0(14) 1(0) 2(0)
I16. Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, la fobia, el miedo a las matemáticas.	0(12) 1(2) 2(0)	0(14) 1(0) 2(0)	0(14) 1(0) 2(0)	0(12) 1(2) 2(0)

Indicadores según componentes	Valoración (Frecuencia)			
	U1	U2	U3	U4
Creencias				
I17. Se analizan y consideran las creencias sobre: las matemáticas, la enseñanza de las matemáticas y el contexto social en el que desarrolla el aprendizaje.	0 (11) 1(3) 2(0)	0 (11) 1(3) 2(0)	0 (10) 1(4) 2(0)	0 (10) 1(4) 2(0)
Valores				
I18. Se promueve que el estudiante valore las cualidades de estética, precisión, utilidad de las matemáticas en la vida diaria y profesional.	0(1) 1 (11) 2(2)	0(5) 1 (8) 2(1)	0(6) 1 (7) 2(1)	0(6) 1 (6) 2(2)
Evaluación formativa				
I19. Se proponen actividades de evaluación que permitan valorar los aspectos afectivos de la enseñanza y aprendizaje.	0 (11) 1(2) 2(1)	0 (13) 1(0) 2(1)	0 (12) 1(0) 2(2)	0 (10) 1(3) 2(1)

Valoraciones en las facetas Instruccional y Ecológica

Como se observa en la tabla 3, solo existe una diferencia considerable en la valoración que el equipo investigador otorgó a los indicadores I20 (interacción autor-alumno), I26 (autonomía) e I27 (evaluación formativa) y la considerada por la mayoría de los equipos. La mayoría de los equipos valoran I20 con puntuación media o máxima. Aquellos que dan la puntuación máxima al indicador pueden no haber identificado que las definiciones de razón, proporción, constante de proporcionalidad, magnitudes directa o inversamente proporcionales son ambiguas o incompletas. Esto pone de manifiesto una falta de conocimiento didáctico-matemático en relación con la proporcionalidad (Weiland *et al.*, 2021).

La valoración parcial de I26 en U1 y U3 puede deberse a la presencia de actividades que implican que el alumno interprete su respuesta o que los equipos consideraron que el alumno se enfrenta por primera vez al tema de magnitudes inversamente proporcionales. No obstante, la lección presenta, en general, carencias relevantes en el cumplimiento de este indicador. En I27, como se señaló, es posible que los participantes contemplaron las tareas para el alumno como instrumentos de evaluación.

Tabla 3. Comparación de valoraciones en la Faceta Instruccional

Indicadores según componentes	Valoración (Frecuencia)			
	U1	U2	U3	U4
Interacción autor-alumno				
I20. El autor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, enfatiza los conceptos claves del tema, etc.)	0(4) 1(4) 2(5)	0(3) 1(5) 2(5)	0(4) 1(6) 2(3)	0(3) 1(6) 2(4)
I21. Se promueven situaciones donde se busque llegar a consensos con base al mejor argumento.	0(11) 1(2) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)	0(12) 1(2) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)
I22. Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.	0(10) 1(4) 2(0)	0(9) 1(4) 2(1)	0(9) 1(4) 2(1)	0(10) 1(4) 2(0)
I23. Se promueve o facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la exposición.	0(13) 1(1) 2(0)	0(14) 1(0) 2(0)	0(14) 1(0) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)
Interacciones discentes				
I24. Se proponen tareas que favorecen la comunicación y debate entre los estudiantes donde cuestionen diferentes puntos de vista con argumentos matemáticos.	0(13) 1(1) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)
I25. Se plantean situaciones en las que los estudiantes deban convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus conjeturas con argumentos matemáticos.	0(12) 1(2) 2(0)	0(11) 1(3) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)	0(12) 1(2) 2(0)
Autonomía				
I26. Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y soluciones, exploran ejemplos, investigan)	0(8) 1(6) 2(0)	0(10) 1(3) 2(1)	0(9) 1(5) 2(0)	0(8) 1(5) 2(1)
Evaluación formativa				
I27. Se incluyen formas de evaluación que permita la observación sistemática y continua del progreso cognitivo de los alumnos.	0(4) 1(9) 2(1)	0(5) 1(5) 2(4)	0(5) 1(6) 2(3)	0(5) 1(8) 2(1)
Recursos materiales				
I28. Se promueve el uso de materiales manipulativos, audiovisuales e informáticos para introducir el contenido pretendido.	0(14) 1(0) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)	0(14) 1(0) 2(0)	0(14) 1(0) 2(0)

Indicadores según componentes	Valoración (Frecuencia)			
	U1	U2	U3	U4
I29. Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.	0(1) 1(10) 2(3)	0(4) 1(7) 2(3)	0(4) 1(8) 2(2)	0(5) 1(8) 2(1)
I30. Se explicitan las fuentes usadas y son diversas.	0(14) 1(0) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)	0(14) 1(0) 2(0)
Tiempo				
I31. Se plantea el espacio temporal suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión.	0(7) 1(5) 2(1)	0(5) 1(6) 2(1)	0(5) 1(7) 2(1)	0(5) 1(5) 2(3)
I32. La temporalización de la secuenciación de actividades y contenidos es adecuada.	0(5) 1(5) 2(3)	0(2) 1(7) 2(3)	0(4) 1(7) 2(2)	0(6) 1(5) 2(2)

Como muestra la tabla 4, desde el punto de vista del equipo investigador, la lección no cubre totalmente las disposiciones curriculares. Sin embargo, la mayoría de los equipos de futuros profesores consideraron este componente (I33) con la máxima puntuación. Es probable que los participantes no realizaron un análisis previo del currículo en lo que refiere al contenido de la lección o que pasaran por alto los objetivos curriculares (criterios y estándares de aprendizaje evaluables) en sus valoraciones. Por otro lado, en relación a I37, aunque no existen conexiones intra e interdisciplinarias diversas, se hacen algunas referencias a temas de geometría y física que la mayoría de los equipos parece ignorar.

Tabla 4. Comparación de valoraciones en la Faceta Ecológica

Indicadores según componentes	Valoración (Frecuencia)			
	U1	U2	U3	U4
Adaptación al currículo				
I33. Los objetivos, contenidos, su desarrollo y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.	0(0) 1(3) 2(11)	0(0) 1(4) 2(10)	0(0) 1(5) 2(9)	0(0) 1(4) 2(10)

Indicadores según componentes	Valoración (Frecuencia)			
	U1	U2	U3	U4
Apertura a la innovación				
I34. Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva.	0(12) 1(1) 2(0)	0(12) 1(1) 2(0)	0(11) 1(2) 2(0)	0(11) 1(2) 2(0)
Adaptación socio-profesional				
I35. Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes	0(4) 1(8) 2(2)	0(3) 1(9) 2(2)	0(4) 1(8) 2(2)	0(4) 1(7) 2(3)
Educación en valores				
I36. Se contempla la formación en valores democráticos, se dan oportunidades para que los alumnos cuestionen (pensamiento crítico).	0(13) 1(0) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)	0(13) 1(1) 2(0)
Conexiones intra e interdisciplinarias				
I37. Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios (temas trasversales, historia de la matemática, otros)	0(10) 1(4) 2(0)	0(10) 1(4) 2(0)	0(9) 1(5) 2(0)	0(9) 1(5) 2(0)

4.2. ANÁLISIS DE LOS JUICIOS RAZONADOS SOBRE LA IDONEIDAD DE LA LECCIÓN

Basándose en la información obtenida por medio de la aplicación de la GALT-Proportionalidad, descrita en la sección anterior, los futuros profesores debían elaborar un juicio razonado sobre la idoneidad didáctica de la lección en cada una de las facetas.

El análisis de contenido de sus respuestas permitió identificar las carencias que destacaban los participantes en su análisis y que después debían tener en cuenta para decidir cómo se debía gestionar el uso del texto para incrementar la idoneidad del proceso de estudio, describiendo los cambios necesarios para su mejora. Las carencias indicadas aparecen resumidas en la tabla 5.

Aquellas características que no corresponden a componentes de las facetas se incluyen en la categoría *otras opiniones*. Todos los equipos indicaron insuficiencias en la lección en alguna de las facetas correspondientes.

Como se observa en la tabla 5, en el componente *diferencias individuales*, cuatro equipos consideran que no se usan diversas estrategias de solución en las

situaciones, señalando por ejemplo que “siempre se aplica el mismo instrumento procedimental de resolución, favoreciendo la adición de los contenidos” (E2).

En cuanto a los *conflictos cognitivos*, dos equipos coinciden con E11 en que “nunca se advierte de los errores que se podrán cometer con la intención de hacer reflexionar al alumno sobre ello”. En relación a la evaluación, E1, E2, E5 y E7 consideran que no se aborda la autoevaluación, o coevaluación.

Tabla 5. Carencias, según componentes, destacadas por los equipos

Componente	Descripción	Frecuencia
Faceta Cognitiva		
Conocimientos previos	No se alude a los conocimientos previos.	5
Diferencias individuales	Inexistencia de diversidad de estrategias para resolver tareas.	4
Conflictos cognitivos	No se trata el error.	3
	Los ejercicios no poseen diferentes niveles de dificultad.	2
Evaluación	No existen distintos métodos de evaluación.	4
Faceta Afectiva		
Actitudes	No se promueve la participación, ni la flexibilidad para explorar ideas.	4
Emociones	No se promueve el interés del alumno, faltan elementos motivadores, no se evita el rechazo hacia la disciplina.	7
Evaluación	No se evalúan aspectos afectivos	1
Faceta Instruccional (interacción-mediacional)		
Interacción autor-alumno	No se enfatizan conceptos claves, ni se usan recursos que involucren al alumno.	2
Interacciones discentes	No se promueven interacciones discentes.	9
Autonomía	No se fomenta la autonomía del alumno.	4
Recursos	Falta de uso de recursos materiales.	9
	Falta de contextualización.	4
Tiempo	Temporalización inadecuada.	4

Componente	Descripción	Frecuencia
Faceta Ecológica		
Apertura a la innovación	Falta de apertura a la innovación.	3
Adaptación socio-profesional	No se promueve dicha adaptación.	2
Educación en valores	La educación en valores no se fomenta.	6
Conexiones intra e interdisciplinares	No se promueven estas conexiones.	7
Otras opiniones	Idoneidad baja en alguna o todas las facetas.	7

En la Faceta Afectiva, algunos equipos indican deficiencias en cuanto a las *actitudes*. Los equipos E1, E5 y E8 comparten opiniones respecto a que “la lección carece de ejercicios en los que se promueva la participación del alumnado, su creatividad o ejercicios dinámicos que motiven al estudio de las Matemáticas” (E1) y E3 manifiesta que “no se fomenta la flexibilidad para explorar ideas matemáticas y métodos alternativos, para la resolución de problemas”.

Además, la mitad de los equipos encontraron que la lección presenta carencias en el tratamiento de las *emociones*, señalando como E13 que “ninguno [de los ejercicios propuestos] hace referencia a aspectos relacionados con el ocio o actividades que el propio alumno pueda practicar por interés”. Por su parte, E3 y E7 indican la falta de elementos motivadores, particularmente E3 indica:

Los ejemplos carecen de humor y motivación para el alumnado al que va dirigido, constituyendo un ambiente no cercano a su contexto. Falta el impulso por la búsqueda e interés de los conocimientos, en donde no se apuesta por la variedad de las tareas, como la inclusión de la gamificación o retos y adivinanzas.

Los equipos E5, E13 y E12 indican que no se promueve la autoestima. Este último equipo también señala, como E8 y E3, que no se evita el rechazo hacia las matemáticas. Únicamente E12 señala que “tampoco se proponen actividades de evaluación que valoren los aspectos afectivos de la enseñanza y aprendizaje”.

Es interesante observar que el componente de *interacciones discentes* acaparó la atención de la mayoría de los equipos, que opinan de modo similar a E1 cuando advierte que:

Se observa la carencia de ejercicios de trabajo colaborativo que implique una investigación por parte del alumnado, para fomentar la puesta en común de ideas, resultados, procedimientos y trabajo en equipo en general. Además, no se proponen actividades que impliquen la exposición de un tema defendiéndolo y argumentándolo a modo de debate.

Sin embargo, únicamente dos equipos precisan en sus juicios deficiencias en cuanto a la *interacción autor-alumno*. Como indica E3 “no se enfatiza en los conceptos claves, ni se usan recursos retóricos y argumentativos para implicar al alumno”.

Cuatro equipos indican como E3 que “no hay espacios donde el alumno asuma responsabilidad del estudio”, en referencia a que no se fomenta la *autonomía*. Con relación al aspecto mediacional, nueve equipos apuntan que no se utilizan *recursos materiales* en la lección; cinco de ellos precisan la falta de recursos audiovisuales, tecnológicos o manipulativos. Por ejemplo, E1 propone que “podrían plantearse ejercicios que involucren el uso de calculadoras y materiales informáticos, pues resultan muy atractivos para el alumnado”.

Cuatro equipos sugieren deficiencias de contextualización en la lección, indicando que “las definiciones no son motivadas usando situaciones concretas” (E12), existen “ejemplos limitados relacionados con la vida cotidiana” (E2), “el contenido está muy poco contextualizado al no involucrar la sociedad y cultura en la que nos encontramos” (E9) y la “ausencia de fuentes tanto históricas como académicas” (E7). Con relación al *tiempo*, E8 afirma que “se emplea el mismo tiempo para contenidos asequibles que para los más complejos” y E12 considera que “la secuenciación de actividades y contenidos no es del todo adecuada”.

Aunque en la Faceta Ecológica se señalan limitaciones en todos los componentes, los equipos no suelen argumentar sus juicios. Seis equipos indican que no se aborda la *educación en valores*, de los cuales cuatro solo lo señalan y únicamente E3 y E14 aportan información adicional. Así, E14 arguye que se puede hacer referencia al “más famoso de los porcentajes, educando en valores: el 0,7% del PIB, que históricamente reclaman las ONGs de este país a los diferentes gobiernos de la nación para fines solidarios (“lo que daría pie al debate/reflexión del aprendiz sobre...”)

La mitad de los equipos mencionan que no se promueven las *conexiones intra e interdisciplinares*, pero únicamente E7 precisa que “esta faceta solo se ve perjudicada por la ausencia de referencias a otras ramas aparte de la física, así como la aportación de datos históricos que ayuden a la contextualización del contenido”.

En la categoría *otras opiniones* se incluyen observaciones que hacen algunos equipos en cuanto al nivel de idoneidad de algunas facetas. Por ejemplo, E7 señala “...una carencia notable en lo interaccional, afectivo y especialmente en lo mediacional”, calificando esta última como “la menos idónea en este libro de texto, principalmente en lo que a recursos se refiere”. También E6 menciona que “podemos ver que las puntuaciones son bastante bajas en todas las facetas estudiadas. Por tanto, el libro no se ajusta a los indicadores analizados y debería ser modificado para su correcto uso docente”.

4.3 ANÁLISIS DE LAS PROPUESTAS DE GESTIÓN DE LA LECCIÓN

El objetivo final del análisis y la valoración de la idoneidad didáctica de la lección como proceso de instrucción planificado, es la toma de decisiones razonadas sobre la gestión del recurso. Se pedía para ello a los futuros profesores que concretasen cambios fundamentados para la lección que permitieran incrementar la idoneidad del proceso de enseñanza y aprendizaje.

En general, la mitad de los equipos consideran que el libro solo puede constituir una guía sobre los contenidos a abordar que debe complementarse con otras fuentes y una buena labor docente debido a las deficiencias que presenta. La tabla 6 sintetiza las propuestas de mejora que proponen los participantes. A continuación mostramos algunos ejemplos prototípicos de sus descripciones.

Tabla 6. Propuestas de mejora de la lección

Componente	Descripción de las propuestas	Frecuencia
Faceta Cognitiva		
Conocimientos previos	Referir a conocimientos previos y a definiciones más fáciles.	3
Diferencias individuales	Introducir actividades de ampliación y refuerzo.	4
Conflictos cognitivos	Advertir de errores y dificultades, incluir situaciones secuenciadas en niveles de dificultad.	6
Evaluación	Incluir un solucionario de los ejercicios y diversos modos de evaluación.	7

Componente	Descripción de las propuestas	Frecuencia
Faceta Afectiva		
Actitudes	Incluir situaciones que promuevan la participación del alumno.	2
Emociones	Incentivar la creatividad, autoestima, interés y motivación del alumno.	6
Valores	Incluir situaciones cotidianas para valorar la utilidad de la disciplina.	3
Faceta Instruccional		
Interacción profesor-alumno	Realizar cambios al presentar el tema, reforzar con material adicional y explicaciones más claras.	6
Interacción discente	Incluir tareas que impliquen el trabajo en equipo.	12
Autonomía	Incluir tareas que fomenten la autonomía.	5
Recursos	Incluir tareas para emplear diversos materiales y contextualizar los contenidos.	10
Faceta Ecológica		
Educación en valores	Formar en valores democráticos.	4
Conexiones intra e interdisciplinares	Relacionar el contenido con otras áreas.	4

Respecto a los *conocimientos previos*, E2 plantea que “para resolver los conflictos en referencia al contenido, tendríamos que recurrir a definiciones más claras y fáciles de entender y asimilar por el alumnado”. Para mejorar el aspecto de evaluación, E1 propone que “sería interesante que el profesor aporte al alumnado un solucionario de ejercicios que aborden todos los contenidos explicados y que pretendan ser evaluados para ofrecer así una retroalimentación que ayude al alumnado en el proceso de aprendizaje”, lo que está en línea con la carencia en autoevaluación indicada por este equipo. Además, tres equipos precisan que deben incluirse actividades de autoevaluación, coevaluación, heteroevaluación y E6 sugiere “incluir también formas de evaluar de forma continua el aprendizaje”.

En relación con los *conflictos cognitivos*, dos equipos consideran necesario advertir a los alumnos de errores y dificultades. Los demás equipos plantean como E2 que “sería necesario introducir una línea de ejercicios que se encuentren graduados en cuanto a dificultad”. En este sentido, es interesante notar que

solo dos equipos habían precisado como carencia la uniformidad en el nivel de dificultad de las tareas (tabla 5).

En cuanto a la Faceta Afectiva, E3 y E8 consideran que “los cambios a introducir deberían tener en cuenta la propuesta de ejercicios más participativos”. En atención a las *emociones*, E2 y E6 creen que “deberían aparecer tareas que promuevan la creatividad, curiosidad y el ingenio del alumnado proponiendo [...] actividades fuera del aula” (E2) o bien plantear situaciones “que promuevan el trabajo en grupo, además de la autoestima y la seguridad en sí mismo para realizar los problemas matemáticos” (E6). Otros cuatro equipos reconocen que se debe fomentar el interés y motivación del alumno “ya sea adaptando el contenido a alumnos de la edad correspondiente con referencias con las que se sientan identificados” (E7) o bien incluyendo “más tipos de ejercicios diferentes... que muestren que las matemáticas son divertidas y pueden practicarse en conjunto” (E5).

Seis equipos sugieren cambios en relación con el componente *interacción autor-alumno*. En cuanto a la presentación del tema señalan como E3 que se debe “intentar dar un enfoque diferente al contenido presentado en el texto o reforzarlo con material adicional, pues algunas explicaciones pueden resultar confusas a los estudiantes” (E3). En particular E10 propone que “al presentar cada uno de los conceptos se deberían dar dos ejemplos diferentes que no se resuelvan de manera análoga”.

La mayoría de los equipos estiman como E5 que “sería imprescindible añadir ejercicios que fomenten el trabajo en equipo, el trabajo cooperativo, y que hagan que los alumnos reflexionen, aparte de asimilar conceptos”. Finalmente, para la Faceta Interaccional cinco equipos señalan que se deben incluir tareas para fomentar la *autonomía del alumno*, y dos precisan que se deben incluir actividades de investigación.

Las propuestas de cambios respecto a la Faceta Mediacional plantean mayoritariamente la inclusión de diversos *recursos*. Cinco de los diez equipos sugieren como E1 que “el docente puede proponer actividades en las que se emplee el uso de herramientas tecnológicas como puede ser un ordenador o simplemente una calculadora”. Por otro lado, E8, E10 y E11 precisan que deben contextualizarse los contenidos y proponen incluir “ejercicios para poder aplicar las definiciones y propiedades contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones” (E10).

Cuatro equipos consideran que debe contemplarse la formación en valores democráticos, dado que “no solo se trata de explicar los contenidos matemáticos sino realizar un proceso de enseñanza-aprendizaje integral, [...] sin olvidar la

parte emocional y los valores que el alumno debe adquirir cómo persona” (E5). Para ello, E3 sugiere

se deben plantear actividades grupales para fomentar el respeto a la diversidad, la cooperación y la tolerancia, [...] por ejemplo, un proyecto en el cual se proponga el proceso de reciclaje de un folio donde se vayan usando las proporciones en cada paso del proceso concienciando así al alumnado de la importancia que tiene no derrochar papel.

Finalmente, cuatro equipos proponen la necesidad de relacionar el contenido con la historia de las matemáticas u otras áreas de conocimiento. Por ejemplo, E3 recomienda “establecer conexiones con otros temas como son el de la estadística, a la hora de representar datos en gráficos de líneas y barras se usa la proporcionalidad”.

5. ANÁLISIS RETROSPECTIVO Y CONCLUSIONES

En este trabajo hemos descrito el diseño, implementación y resultados de una intervención formativa orientada a promover en futuros profesores de secundaria de matemáticas la competencia de análisis de idoneidad didáctica empleando como recurso una lección de proporcionalidad de un libro de texto y como herramienta metodológica la GALT-Proporcionalidad.

El análisis a priori por medio de la GALT-Proporcionalidad permitió evidenciar deficiencias de la lección en los aspectos cognitivos, afectivos, instruccionales y ecológicos. Los resultados muestran que, en general, los futuros profesores reconocen estas limitaciones, concordando con las valoraciones numéricas (0, 1 o 2) otorgadas por el equipo investigador en la mayoría de los indicadores (23 de 37). A pesar de existir algunas discordancias en la valoración cuantitativa, el análisis de contenido de los juicios realizados por los participantes sobre las idoneidades respectivas muestra que los futuros docentes identifican las principales carencias de la lección en los diversos componentes. Asimismo, al solicitarles a los participantes reflexionar sobre posibles cambios, estos han sido más específicos en críticas sobre la lección en componentes que poseen carencias significativas. Así, se observa en la tabla 6 un incremento de equipos que reconocen la necesidad de mejora en el componente evaluación, en comparación a aquellos que habían señalado deficiencias en dicho aspecto en la tabla 5. Podemos

concluir que la reflexión sobre el modo de uso de la lección, tras valorar su idoneidad, puede constituir una buena estrategia para involucrar a los futuros profesores en análisis más profundos, generando aprendizaje y reflexión por los docentes (Nicol y Crespo, 2006).

Como afirman Castro y Velásquez (2014), "la formación del maestro debería incluir experiencias que favorezcan la construcción de un panorama más amplio de su futuro ámbito profesional" (p. 51). Una labor compleja que forma parte de este panorama profesional es el análisis crítico y reflexivo de los procesos de instrucción. Por ello, es importante analizar qué estrategias de formación mejoran las críticas de los profesores de matemáticas de los recursos educativos, en particular de las lecciones de libros de texto (Yang y Liu, 2019). Consideramos que la metodología de análisis de lecciones de libros de texto que describimos en este artículo, es un aporte relevante en el ámbito de la investigación sobre libros de texto, por cuanto no se limita a un aspecto meramente descriptivo de la lección (Fan, 2013). Además, permite al docente analizar sistemáticamente la adecuación de lecciones en un tema concreto, contemplando aspectos como el afectivo, que normalmente quedan relegados a un segundo plano y ser capaces de concretar aspectos referentes a la gestión de dicho recurso para aumentar la calidad del proceso de instrucción planificado.

Dada la naturaleza del proceso de instrucción analizado, ha sido difícil para algunos participantes identificar el cumplimiento de algunos indicadores recogidos en la GALT-Proporcionalidad. Esto supone la necesidad de revisar y precisar dichos indicadores (por ejemplo, los relativos a una secuenciación adecuada de los contenidos de la proporcionalidad según la literatura existente) pero también de identificar a priori el conocimiento didáctico-matemático de los futuros profesores en relación a la proporcionalidad. Consideramos que una posible limitación de nuestro estudio es que los docentes no han tenido la oportunidad de familiarizarse lo suficiente con la GALT-Proporcionalidad, ni de recibir formación específica sobre conocimientos didáctico-matemáticos relacionados con la proporcionalidad. De cara a futuras intervenciones formativas se requiere especificar con mayor claridad aquellos indicadores que han sido más difíciles de valorar en la guía y solicitar a los futuros docentes que justifiquen su valoración cuantitativa. Además, incluir una formación previa sobre las facetas, componentes e indicadores de la idoneidad didáctica.

RECONOCIMIENTOS

Trabajo elaborado en el marco del proyecto de investigación: PID2019-105601GB-I00/ AEI / 10.13039/501100011033 (Ministerio de Ciencia e Innovación), con apoyo del Grupo de Investigación FQM-126 (Junta de Andalucía, España). Se agradece por el apoyo económico de una beca en el exterior otorgada al primer autor por la Universidad de Costa Rica.

REFERENCIAS

- Ahl, L. M. (2016). Research findings' impact on the representation of proportional reasoning in Swedish Mathematics textbooks. *REDIMAT*, 5(2), 180–204. <https://doi.org/10.17583/redimat.2016.1987>
- Arias, J., y Maza, S. (2015). *Matemáticas, 1º ESO*. Código Bruño.
- Avila, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria. *Educación Matemática*, 31(2), 31–59. <https://doi.org/10.24844/EM3102.02>
- Beyer, C. J., y Davis, E. A. (2012). Learning to critique and adapt science curriculum materials: Examining the development of preservice elementary teachers' pedagogical content knowledge. *Science Education*, 96(1), 130–157. <https://doi.org/10.1002/sce.20466>
- Braga, G., y Belver, J. (2016). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación*, 27(1), 199–218. https://doi.org/10.5209/rev_RCED.2016.v27.n1.45688
- Breda, A., Font, V., y Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 32(60), 255–278. <http://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893–1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Brown, M. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. En J. T. Remillard, B. Herbel-Eisenmann, y G. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17–36). Routledge.
- Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., y Godino, J. D. (2020). The issue of didactical suitability in mathematics educational videos: experience of analysis with prospective primary

- school teachers. *Revista Española de Pedagogía*, 78(275), 27–49. <https://doi.org/10.22550/REP78-1-2020-07>
- Castillo, M. J., Burgos, M., y Godino, J. D. (2022). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la idoneidad didáctica. *Educação e Pesquisa*, 48. <https://doi.org/10.1590/S1678-4634202248238787eng>
- Castro, W. F., y Velásquez, H. (2014). Idoneidad didáctica de la práctica de maestros en formación inicial en un contexto urbano de conflicto social violento. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 33–54.
- Castro, W.F., Pino-Fan., y Velásquez-Echevarría, H. (2018). A proposal to enhance preservice teacher's noticing. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 14(11), Artículo em1569. <https://doi.org/10.29333/ejmste/92017>
- Choppin, J. (2011). Learned adaptations: Teachers' understanding and use of curriculum resources. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(5), 331–353. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9170-3>
- Cohen, L., Manion, L., y Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Routledge.
- Ercole, L. K., Frantz, M., y Ashline, G. (2011). Multiple ways to solve proportions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 16(8), 482–490.
- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: Towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 765–777. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0530-6>
- Fernández, C., y Llinares, S. (2011). De la estructura aditiva a la multiplicativa: efecto de dos variables en el desarrollo del razonamiento proporcional. *Infancia y Aprendizaje*, 34(1), 67–80. <https://doi.org/10.1174/021037011794390111>
- Giacomone, B., Godino, J. D., y Beltrán-Pellicer, P. (2018). Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence. *Educação e Pesquisa*, 44, Artículo e172011. <https://doi.org/10.1590/S1678-4634201844172011>
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 39(1–2), 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., Contreras, A., y Wilhelmi, M. R. (2016). The theory of didactical suitability: Networking a system of didactics principles for mathematics education from different theoretical perspectives [Comunicación oral, TSG-51]. *13th International Congress on Mathematical Education*, Hamburgo, Alemania. Disponible en http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/ICME13_TSG51_PA_Godino.pdf
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90–113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>

- Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A., y Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2-3), 167-200.
- Hummes, V., Font, V., y Breda, A. (2019). Combined use of the lesson study and the criteria of didactical suitability for the development of the reflection on the own practice in the training of mathematics teachers. *Acta Scientiae*, 21(1), 64-82. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss1id4968>
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 41-61. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.24.1.0041>
- Mason, J. (2016). Perception, interpretation and decision making: Understanding gaps between competence and performance—a commentary. *ZDM Mathematics Education*, 48(1-2), 219-226. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0764-1>
- Nicol, C. C., y Crespo, S. M. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 331-355. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-5423-y>
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246. <https://doi.org/10.3102/00346543075002211>
- Schwarz, C., Gunckel, K., Smith, E., Covitt, B., Bae, M., Enfield, M., y Tsurusaki, B. (2008). Helping elementary pre-service teachers learn to use science curriculum materials for effective science teaching. *Science Education*, 92(2), 345-377. <https://doi.org/10.1002/sce.20243>
- Serradó, A., y P. Azcárate (2003). Estudio de la estructura de las unidades didácticas en los libros de texto de matemáticas para la educación secundaria obligatoria. *Educación Matemática*, 15(1), 67-98.
- Shield, M., y Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 183-199. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9415-9>
- Silvestre, A. S., y da Ponte, J. P. (2011). Una experiencia de enseñanza dirigida al desarrollo del razonamiento proporcional. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 137-158.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Janssens, D., y Verschaffel, L. (2008). The linear imperative: An inventory and conceptual analysis of students' overuse of linearity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(3), 311-342.
- Weiland, T., Orrill, C. H., Nagar, G. G., Brown, R. E., y Burke, J. (2021). Framing a robust understanding of proportional reasoning for teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(2), 179-202. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09453-0>

Yang, K., y Liu, X. (2019). Exploratory study on Taiwanese secondary teachers' critiques of mathematics textbooks. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(1), Artículo em1655. <https://doi.org/10.29333/ejmste/99515>

MARÍA JOSÉ CASTILLO CÉSPEDES

Dirección postal: "Rodrigo Facio Brenes" Sede Montes de Oca, San José Costa Rica, 11501-2060 San José (Dirección permanente). Estudiante del programa de Doctorado en Ciencias de la Educación de la Facultad de Ciencias de la Educación, Campus Universitario de Cartuja C.P. 18071 (Granada), Universidad de Granada.