

Processo de Matematização: investigação de registros escritos de alunos de licenciatura e bacharelado em Matemática

VANESSA LUCENA CAMARGO DE ALMEIDA¹ e REGINA LUZIA CORIO DE BURIASCO²

¹*Departamento de Matemática da FAESI - Faculdade de Ensino Superior de São Miguel do Iguçu, vanessa_matematica@yahoo.com.br*

²*Departamento de Matemática e Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina – UEL – Paraná/Brasil, reginaburiasco@hasner.com.br*

Resumo. Tomando a avaliação como prática de investigação, este artigo¹ apresenta uma análise da produção escrita de alunos do Bacharelado e da Licenciatura em Matemática de uma universidade pública, em questões discursivas consideradas não-rotineiras nas aulas de Matemática. O objetivo é apresentar como os alunos lidam com esse tipo de questão no que diz respeito à interpretação e ao uso que fazem das informações contidas nos enunciados, às estratégias mais utilizadas e ao conhecimento de conteúdos matemáticos que apresentam ao resolverem as questões. O estudo aponta como pontos relevantes: a maioria dos estudantes utiliza estratégias do tipo escolar nas resoluções das questões; eles lidam bem com os algoritmos envolvidos nas estratégias escolhidas; tanto os alunos de Licenciatura quanto os de Bacharelado apresentam registros escritos que indicam um processo de matematização semelhante.

Abstract. Considering evaluation an investigation practice, this study analyzes the written production of mathematics undergraduate students (Bachelor and Teaching Degrees) from a public university in non-routine discursive questions. The objective of this is to show how these students deal with these types of questions in regard to their interpretation and use of the information in the statements, their most used strategies and to the math content knowledge they trigger in solving these questions. The study highlights the following relevant points: most students use school-type strategies to answer the questions; they deal quite well with the algorithms involved in the chosen strategies; and students working towards their Bachelor Degree or Teaching Degree showed written records that indicate a similar mathematization process.

Palavras-Chave: educação matemática, avaliação como prática de investigação, análise da produção escrita em matemática, matematização.

Key words: mathematics education, evaluation as an investigation practice, mathematics written production analysis, mathematization.

Introdução

Em geral, quando se fala de avaliação é muito comum associá-la à ideia de julgamento, o que provoca quase sempre alguma aflição.

Das concepções existentes a respeito de avaliação, uma se faz bastante presente na sociedade: a avaliação tomada como um processo de medida. Entretanto, Vianna (1989) coloca que apenas medir não é suficiente, pois, na avaliação escolar, uma “medida é um passo inicial, às vezes bastante importante, mas não é condição necessária, nem suficiente, para que a avaliação se efetue” (p.20). No contexto escolar, essa perspectiva de avaliação inviabiliza que o professor acompanhe o processo de

¹ Artigo baseado na dissertação de mestrado de Almeida (2009).

desenvolvimento do que é produzido pelo aluno, independente do erro ou do acerto cometido.

Segundo Hadji (1994), libertar-se da tentação “objetivista” da avaliação, pode

[...] alimentar um diálogo permanente que permitirá ao aluno aprendente co-gerir, de fato, as suas aprendizagens, com o professor-facilitador. Este deverá apoiá-lo com informações que o vão esclarecer, guiar, encorajar e ajudá-lo a analisar a sua atividade, ao chamar-lhe a atenção para pontos fortes e debilidades e ao permitir-lhe ver o estado em que se encontra (p.108).

Vianna (1989) reforça que avaliar é emitir um julgamento de valor sobre uma característica focalizada, valor que pode basear-se parcialmente em dados quantitativos, mas não exclusivamente. De modo semelhante, Barlow (2006, p.12) coloca que “avaliar é emitir um julgamento preciso ou não sobre uma realidade quantificável ou não depois de ter efetuado ou não uma medição”.

A avaliação escolar constitui-se como um meio pelo qual se pode acompanhar e mediar o desenvolvimento da aprendizagem, indagar dos resultados apresentados. Assim, segundo Buriasco e Soares (2008) “a avaliação da aprendizagem matemática deve ser vista como um processo de investigação, uma atividade compartilhada por professores e alunos, de caráter sistemático, dinâmico e contínuo” (p.110). Para isso uma alternativa pode ser uma prática de investigação dos registros escritos dos alunos que “[...] permite fazer inferências sobre o que os alunos mostram saber e sobre os caminhos que escolheram para resolver um problema” (ALMEIDA, 2009, p.20). Essa prática abre caminho para a realização de um ambiente comunicativo na sala de aula, no qual alunos e professores podem dialogar acerca de Matemática.

De acordo com Segura (2005, p.152), a análise dos registros escritos dos alunos torna-se “uma fonte de informações sobre compreensões manifestas dos diferentes conteúdos, estratégias e procedimentos nas mais diversas situações”.

É comum as palavras *estratégia* e *procedimento* serem tomadas como sinônimos. No entanto, nos últimos anos, nos trabalhos do GEPEMA², tem-se tentado estabelecer alguma diferença entre elas. Para esse grupo a

estratégia pode ser tomada como a forma de abordar algo (escolha que o sujeito faz) e o procedimento, como a maneira de desenvolver efetivamente essa forma escolhida de abordagem (modo como o sujeito lida com a estratégia) (ALMEIDA, 2009, p.22).

² GEPEMA - Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação - Universidade Estadual de Londrina - <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/index.html>

Essa diferença é considerada na intenção de analisar as compreensões que alunos e professores apresentam ao utilizar diferentes conteúdos de matemática, manifestadas pela escolha de estratégias e no seu desenvolvimento (procedimento). Ainda, mediante a análise da produção escrita, é possível identificar indícios de existência de matematização por parte dos estudantes, ou seja, se eles, frente a um problema, conseguem realizar alguma matematização.

O processo de matematização, segundo Rico (2004), sustenta-se nas atividades de: a) identificação da matemática que pode ser útil ao problema; b) organização do problema de acordo com conceitos matemáticos; c) generalização e formalização dos dados do problema; d) resolução do problema. Tais atividades, segundo o mesmo autor, identificam-se com a estratégia de ensino da Resolução de Problemas.

Neste estudo, o processo de matematização foi caracterizado com base nas seguintes etapas:

- 1^a) compreensão do problema (o aluno produz um enunciado do problema, seja por escrito, oral ou por pensamento);
 - 2^a) planejamento de como resolver o problema (analisar o problema; retirar informações; associar características relevantes com procedimentos promissores de solução; formular hipóteses);
 - 3^a) resolver o problema (transformar o enunciado do problema em linguagem matemática; representações da situação-problema; solução provisória);
 - 4^a) validar e apresentar a solução (confrontar a solução com o problema proposto; verificação da solução, se não, determinação de um método alternativo de solução ou de solução provisória).
- (ALMEIDA, 2009, p.27).

Ao analisar as respostas produzidas pelos alunos participantes de um estudo de Dekker e Querelle (2002), foi possível identificar as seguintes fases de um processo de matematização: na primeira fase do processo, ao receberem o problema, os alunos produzem um enunciado oralmente; na segunda, eles reconhecem e extraem a matemática implícita na situação e apresentam indícios da ideia de distribuir igualmente as bolinhas, ou ainda, em descobrir a melhor forma de dividir igualmente as bolinhas para cada menino; na descoberta da melhor solução, os alunos passam para a terceira fase do processo de matematização (a fase de resolver o problema), os estudantes trabalham com o problema no “mundo matemático no contexto escolar”, ou seja, eles fazem suposições a respeito dos dados do problema, formalizando de acordo com a matemática aprendida na escola.

No “mundo matemático no contexto escolar”, os alunos passam a efetivar os procedimentos para resolver o problema do “mundo real”. Nesse mundo, infere-se a

quarta fase, que é a de escolher ferramentas matemáticas para resolver o problema e a verificação da solução. Notou-se que os estudantes, ao resolverem o problema proporcionaram um sentido à solução matemática em termos da situação “real” inicial e confrontaram-na com o problema proposto na intenção de determinar um método alternativo ou provisório de solução, caso a encontrada não satisfizesse ao problema.

De forma simplificada, o processo de matematização que envolveu a solução do referido problema pode ser considerado em duas etapas: a escolha de uma estratégia que resolve o problema (primeira e segunda fases), seguida de um procedimento que a resolve (terceira e quarta fases).

Por meio de um diagrama, o processo de matematização pode ser expresso da seguinte forma:

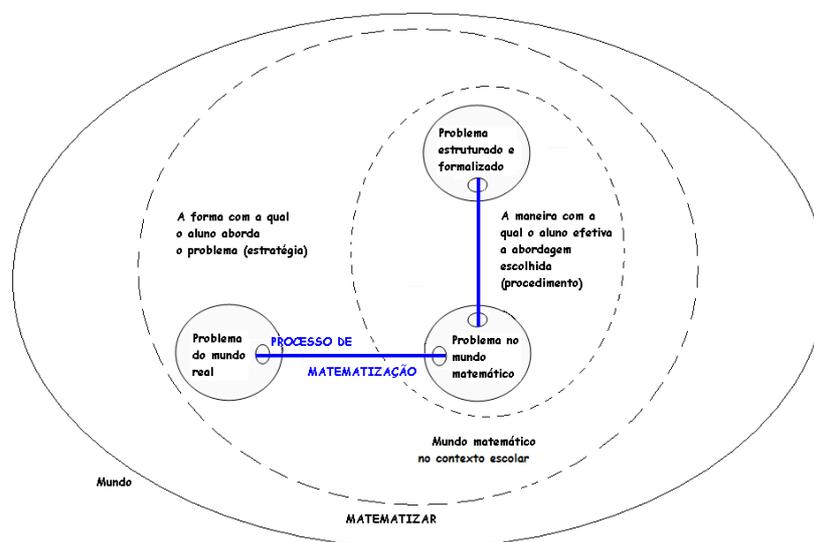


Figura 1 – Processo de matematização³.

Passadas as últimas fases do processo de matematização, em um passo posterior na resolução de um problema, os alunos refletem acerca do processo desenvolvido e dos resultados encontrados.

É importante ressaltar que algumas fases do processo de matematização podem ser difíceis de verificar, tendo como dados apenas os registros discentes sejam eles escritos ou orais. Todavia, podem-se inferir indícios dessas fases.

Sepúlveda e Ormachea (2007) recomendam ao professor de Matemática que enfatize a Resolução de Problemas como uma estratégia de ensino, pois ela permite que

³ Adaptação do diagrama apresentado em: RICO, R. L. Evaluación de competencias matemáticas: proyecto PISA/OCDE 2003. In: **Investigación en educación matemática**: Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (S.E.I.E.M.): La Coruña, 9-11 septiembre 2004. Actas... 2004.

os estudantes possam desenvolver suas destrezas para resolver problemas, valorizando a riqueza e a variedade de recursos que a Matemática, tendo assim, uma maior oportunidade de aprender a matematizar situações.

Acredita-se que inúmeros fatores podem influenciar esse processo. Neste estudo, houve o interesse de analisar apenas um deles: o fato de o problema proposto poder oportunizar ao aluno esse processo.

Para Rico (2004, p.5),

[...] reconhece-se que trabalhar com questões que levam por si mesmas a um tratamento matemático, a escolha de métodos e representações matemáticas, freqüentemente depende das situações nas quais os problemas são apresentados.

Segundo o mesmo autor, a situação (ou o contexto) do problema é um componente que permite ao estudante lidar com a matemática de maneira fundada. Por outro lado, nos estudos de Mack (1993) foi constatado que, em algumas situações, o contexto pode dificultar a resolução de um problema (*apud* VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005). Apesar de alguns contratempos que o contexto de um problema pode vir a apresentar, o professor pode tentar aproveitá-lo de forma a desenvolver um trabalho mais interessante.

Saber avaliar e explorar os contextos envolvidos nos problemas e os modos como eles são abordados pode ajudar a articulação de “sujeitos e contextos diversos, confrontando os múltiplos conhecimentos que perpassam o saber, o fazer e o pensar de alunos, alunas, professores e professoras” (ESTEBAN, 2000, p.01).

Os contextos dos problemas podem referir-se ao cotidiano dos educandos, a situações fantasiosas, ao próprio contexto matemático, e segundo Van den Heuvel-Panhuizen (2005), o importante do contexto do problema é que ele permita a matematização.

Nos estudos de Dekker e Querelle (2002), os contextos podem ser classificados de acordo com diferentes papéis que desempenham em um problema e em diferentes situações. Em relação aos papéis do contexto, alguns autores (DE LANGE, 1999; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005) abordam o contexto de ordem zero, de primeira ordem, de segunda ordem e de terceira ordem.

Considera-se de ordem zero o contexto que é irrelevante para o problema, ou seja, serve para “disfarçar” o problema matemático. O contexto de um problema é considerado de primeira ordem se é necessário e relevante para a sua resolução e/ou quando se fazem juízos acerca da resposta. O contexto de segunda ordem identifica-se

com o de primeira e a diferença entre eles é que, no de segunda ordem, o contexto prioriza a matematização, ou seja, o aluno tem que encontrar a matemática necessária e escolher ferramentas matemáticas apropriadas para resolver o problema. O contexto de terceira ordem envolve problemas que permitirão a construção ou a reinvenção de novos conceitos matemáticos (DEKKER; QUERELLE, 2002). Segundo os autores, os problemas que possuem esse contexto podem ser classificados no nível 1, nível 2 ou nível 3 de competências, dependendo da familiaridade dos estudantes com a situação nele envolvida.

De uma forma simplificada, de acordo com Dekker e Querelle (2002), os problemas classificados no nível 1 requerem dos alunos conhecimento de fatos, definições matemáticas e procedimentos rotineiros trabalhados em sala de aula. Nos problemas classificados no nível 2, os alunos escolhem as estratégias e ferramentas matemáticas para resolvê-los; e, nos classificados no nível 3, os alunos reconhecem a matemática identificada no problema, escolhem ferramentas matemáticas que resolvem o problema, argumentam os resultados encontrados.

De acordo com documento da OCDE (2004), as avaliações do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes)⁴ envolvem diferentes contextos de acordo com a distância dos mesmos em relação às vidas dos indivíduos. O contexto pessoal está relacionado com as atividades diárias do aluno, o educativo com o ambiente escolar, o contexto do trabalho (ocupacional) com o ambiente de trabalho, o público ou da comunidade local com a comunidade (anúncios ou documentos oficiais) e o contexto científico está relacionado com as análises tecnológicas ou situações específicas da Matemática.

Muito se pode aprender e ensinar quando se realiza um trabalho de investigação da produção escrita dos estudantes envolvendo problemas com diversos contextos.

O estudo

O estudo⁵ que originou este artigo analisou a produção escrita de oito (8) alunos do curso de Licenciatura e dez (10) de Bacharelado em Matemática de uma universidade pública do estado do Paraná, com base nas estratégias e nos procedimentos

⁴Mais informações a respeito do PISA podem ser encontradas nas páginas eletrônicas: <http://www.inep.gov.br/internacional/pisa/Novo/>; <http://www.oecd.org>; <http://www.pisa.oecd.org/>

⁵ Artigo baseado na dissertação de mestrado de Almeida (2009).

apresentados nas resoluções de questões⁶ não-rotineiras⁷, tomando a avaliação como prática de investigação.

Para a obtenção da amostra, buscou-se saber, inicialmente, a quantidade de alunos que cursaram a disciplina de *Cálculo com Geometria Analítica I*⁸ do curso de Matemática nas suas duas habilitações – Bacharelado e Licenciatura, ao menos uma vez, no período de 2003 a 2007⁹. Segundo informação obtida na instituição, estavam matriculados 149 alunos na Licenciatura e 81 no Bacharelado, num total de 230 alunos, que haviam cursado nesse período a disciplina ao menos uma vez (alunos de todas as séries: 1ª série, 2ª série, 3ª série e 4ª série). Como esse é um número elevado para se fazer um estudo baseado na análise de registros escritos de alunos, numa prova contendo 25 itens distribuídos em 14 questões, o que demandaria um tempo maior do que o que era destinado para a realização da pesquisa, foi definido um segundo critério para definição do grupo de participantes. Assim, os alunos que tivessem sido aprovados na disciplina em tela, com média igual ou superior a 7,0¹⁰ e que ainda estivessem frequentando o curso, seriam convidados a participar do estudo. Dos 230 alunos estimados inicialmente, 52 atendiam ao segundo critério. O convite aos graduandos para a realização da prova foi feito. Dos 52 alunos convidados para realizar essa prova, apenas 18, que atendiam aos critérios adotados compareceram e a resolveram. Com isso, a amostra deste estudo foi composta de 18 estudantes do Bacharelado ou Licenciatura em Matemática, colhida por conveniência.

Buscou-se analisar os registros escritos produzidos pelos alunos que compuseram a amostra do estudo, ao resolverem questões de matemática básica, a fim de identificar a realização ou não de um processo de matematização. Para isso, analisou-se a:

- escolha da matemática que o estudante entendeu como sendo útil para a resolução do problema (a estratégia utilizada);

⁶ Neste estudo, assim como nos de Santos (2008) e Celeste (2008), optou-se por utilizar algumas questões do PISA unicamente pelo fato de serem consideradas não-rotineiras e já validadas, pois fazem parte de uma avaliação internacional já realizada.

⁷ Questões que atualmente muito pouco ou quase nunca aparecem na sala de aula ou no livro didático (BURIASCO, 1999).

⁸ Optou-se por utilizar a disciplina de Cálculo pelo fato de ter uma maior carga horária entre as disciplinas de conteúdo matemático (Universidade Estadual de Londrina, 2005).

⁹ Foi escolhido o período de 2003 a 2007 para que pudessem participar alunos das quatro séries do curso.

¹⁰ De acordo com o sistema de avaliação do aproveitamento escolar da Universidade Estadual de Londrina, um dos requisitos para que o aluno seja aprovado em alguma das atividades acadêmicas é obter média final igual ou superior a 6,0. Optou-se por utilizar a média final igual ou superior a 7,0 por considerar que, assim, o desempenho dos participantes poderia ser considerado como acima da média.

- tradução do problema para uma forma de “modelo” matemático (expressões, equações, funções, entre outros);
- utilização de ferramentas e recursos adequados para a resolução do problema;
- argumentação (quando apresentada).

Ainda, buscou-se identificar se as estratégias e os procedimentos que utilizaram para resolver um problema são, também, empregados por estudantes do Ensino Básico para resolver o mesmo problema e, com isso, estudar se há indícios ou não, nesses caminhos, da realização de um processo de matematização comum aos dois grupos. Para isso, foram considerados alguns resultados apresentados nas pesquisas de Celeste (2008) e Santos (2008) referentes à análise das mesmas questões de matemática, resolvidas por alunos do Ensino Fundamental e Médio, respectivamente.

Para esta investigação, das 14 questões que compuseram a prova utilizada, foram analisadas quatro (*Lixo, Prova de Ciências, Assaltos e Apoio ao Presidente*). A escolha das quatro questões deu-se pelo fato de serem comuns a ambas as investigações de Santos (2008) e Celeste (2008).

A abordagem metodológica utilizada foi predominantemente qualitativa de cunho interpretativo, tendo por base as orientações presentes na Análise de Conteúdo (BARDIN, 1977).

Para a análise dos registros escritos dos alunos, foram construídos grupos relacionados a um processo de matematização para as quatro questões. Nesse processo, foram consideradas as quatro fases (compreensão, estratégia, procedimento e resolução do problema). Na primeira fase, que diz respeito à compreensão do problema, os participantes produziram um enunciado próprio a partir da interpretação que fizeram do problema apresentado. Para a construção de uma interpretação desse enunciado, consideraram-se os indicativos da presença de informações do problema nos registros escritos. Na segunda fase, que é relativa ao planejamento de como resolver um problema, foi tomada a estratégia escolhida; na terceira fase, tomou-se o procedimento empregado para resolver a questão; e, na quarta fase, para a construção de uma interpretação, foram consideradas as três primeiras fases, bem como algum processo de validação da resolução do problema apresentado. Em nenhum momento, esta pesquisa objetivou apontar os erros de estratégia e de procedimento, mas investigar o modo (raciocínio lógico, abordagem, escrita) como os alunos lidam com questões matemáticas.

Um fator importante para investigar a forma como o estudante resolve um problema é considerar o contexto envolvido no problema. Com isso, procurou-se explorar os contextos em que estavam inseridas as quatro questões em estudo. Sua análise pode ajudar na articulação dos sujeitos em estudo, confrontando, segundo Esteban (2000), os múltiplos conhecimentos que perpassam o fazer e o pensar de alunos.

Três tipos de contextos foram utilizados: contextos de primeira ordem, segunda ordem e terceira ordem.

Tipos de contexto	Questões
Contexto de ordem zero - serve para “disfarçar” o problema matemático.	
Contexto de primeira ordem - necessário e relevante para resolver o problema e fazer juízos sobre a resposta.	Q1
Contexto de segunda ordem - necessário e relevante para resolver um problema, criar um “modelo” matemático e fazer juízos sobre a resposta.	Q8 Q11
Contexto de terceira ordem - engloba as características dos contextos de primeira ordem e segunda ordem, e, ainda, é um contexto que serve para a construção ou reinvenção de “novos” conceitos matemáticos.	Q5

Quadro 1: Tipos de Contexto

Fonte: ALMEIDA, 2009, p. 54.

Além dos tipos de problemas, considerou-se, também, uma classificação de problemas de acordo com os níveis de competências (fundamentada em documentos do PISA¹¹) para saber as competências que eram exigidas dos alunos para resolver as questões.

Os processos matemáticos aplicados pelos estudantes na resolução de um problema são identificados pelo PISA como competências matemáticas. Essas competências foram organizadas em três agrupamentos de modo que cada um pudesse refletir o modo pelo qual os processos matemáticos são tipicamente empregados pelos estudantes na resolução de um problema. Os agrupamentos são: *Reprodução* - as competências desse agrupamento envolvem basicamente a reprodução de conhecimentos, aplicação de algoritmos, manipulação de expressões contendo símbolos e fórmulas; *Conexões* - esse agrupamento é caracterizado pela demanda de maior interpretação e associação entre diferentes aspectos da situação do problema; *Reflexão* - as competências deste agrupamento são necessárias em situações que demandam reflexão por parte do estudante e exigem que ele generalize e explique seus resultados” (SANTOS, 2008, p.31).

¹¹ <http://www.inep.gov.br/internacional/pisa/Novo/>; <http://www.oecd.org/>; <http://www.pisa.oecd.org/>

Para compreender como foram feitas as análises, apresenta-se a análise de uma das questões estudadas, no caso a questão “Lixo” (Q5), cujo enunciado é apresentado a seguir.

Questão: LIXO

Para uma atividade escolar sobre o meio ambiente, os alunos coletaram informações sobre o tempo de decomposição de vários tipos de lixo que as pessoas jogam fora:

Tipo de lixo	Tempo de decomposição
Casca de banana	1 a 3 anos
Casca de laranja	1a 3 anos
Caixas de papelão	0,5 ano
Goma de mascar	20 a 25 anos
Jornais	Alguns dias
Copos de plástico	Mais de 100 anos

Um aluno pretende mostrar os resultados em um gráfico de barras.

Dê **uma** justificativa para o fato de que o gráfico de barras não é o mais apropriado para apresentar estes dados.

Essa questão envolve um contexto de terceira ordem, e, para resolvê-la, é exigido dos alunos o manejo de tabelas, gráficos e textos expressos de acordo com a situação especificada, de modo que eles podem escolher suas próprias ferramentas matemáticas para encontrar uma possível resposta correta (baseada na variação e na variabilidade dos dados). O quadro a seguir apresenta os processos de matematização inferidos nos registros escritos dos 18 alunos.

N (nº de alunos)	1ª fase (compreensão do problema)	2ª fase (estratégia)	3ª fase (procedimento)	4ª fase (resolução do problema; validação do problema)
7	Considera as informações sobre o tempo de decomposição dos tipos de lixos presentes no enunciado.	Dar uma justificativa baseada na variabilidade dos tempos de decomposição dos lixos.	Dar um exemplo do tempo de decomposição de um tipo de lixo para justificar a variabilidade dos tempos de decomposição do lixo.	Uma resolução do problema: Justifica argumentando que o gráfico de barras não é o mais apropriado, pelo fato de o tempo de decomposição de alguns lixos apresentarem variação. Por causa disso, não é possível indicar no gráfico um tempo exato. Foi possível construir uma interpretação para o processo de validação na

				resolução do problema em um prova.
8	Considera as informações sobre o tempo de decomposição dos tipos de lixos presentes no enunciado.	Dar uma justificativa baseada na grande variação de escala de alguns tipos de decomposição dos lixos.	Dar um exemplo do tempo de decomposição de um tipo de lixo para justificar a grande variação de escala para a construção de um gráfico de barras.	Uma resolução do problema: Justifica argumentando que se no gráfico de barras a escala fosse utilizada para representar o tempo menor de decomposição do lixo, por exemplo, dos jornais, as barras que representariam o tempo maior de decomposição como os dos copos plásticos, teriam proporções muito grandes (gigantescas, imensas). Foi possível construir uma interpretação para o processo de validação na resolução do problema.
1	Considera as informações sobre o tempo de decomposição dos tipos de lixos presentes no enunciado.	Dar a justificativa baseada no fato de o tempo de decomposição de lixo estar em unidades distintas de tempo.	Argumentar sobre o tempo de decomposição de lixo estar em anos e dias.	Uma resolução do problema: Justifica argumentando que o gráfico de barras não é apropriado, pois o tempo de composição está em anos e dias. Não foi possível construir uma interpretação para o processo de validação na resolução do problema.
2	Não apresenta registro escrito algum. Não foi possível construir uma análise interpretativa para essas provas.			

Quadro 2: Processos de Matematização por número de alunos

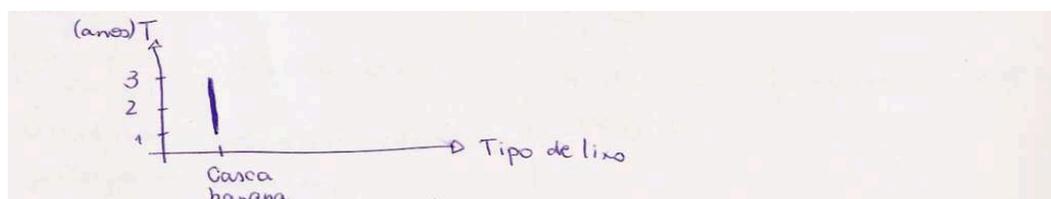
Fonte: ALMEIDA, 2009, p.73.

Nas resoluções da questão *Lixo*, verificou-se que, em alguns registros escritos, os alunos do curso de Licenciatura, comparados com os do curso do Bacharelado, apresentaram uma maior preocupação em justificar, com mais clareza, a produção

escrita. Além disso, observou-se que, em alguns registros escritos relacionados à resolução dessa questão, os estudantes apresentaram uma atitude crítica frente a sua resposta e uma reflexão acerca de um processo de resolução. Para justificar o porquê de o gráfico de barras não ser o mais apropriado para a apresentação dos dados, alguns recorreram a conceitos e definições de conteúdos de Matemática e de Estatística. Em outros, observou-se, por exemplo, que a ideia de relação entre as variáveis estava presente no registro escrito, mas a forma como estava expressa por meio da escrita a prejudicava. Exemplo disso é o caso do aluno B1: “...o gráfico de barras não é o mais apropriado porque ‘no eixo x não iremos ter 1 único parâmetro para se comparar com os outros’...” (ALMEIDA, 2009, p.75).

A respeito dos registros dos estudantes do Ensino Fundamental, em relação a mesma questão, Celeste (2008) e Santos (2008) apontam que alguns deles compreendem o conceito de gráfico de barras. Por exemplo, um aluno pertencente à amostra de Celeste (2008) apresenta uma estratégia semelhante a de um aluno de Matemática. Ele justifica escrevendo “*porque no gráfico de barras não pode colocar igual aquele ali a banana 1 a 3 anos nos gráficos de barras é um ou três*” (CELESTE, 2008, p.32). Esse aluno apresenta, em seus registros escritos, indícios de sua justificativa estar alicerçada na variabilidade dos tempos de decomposição dos lixos, compreendendo que não se pode usar esse gráfico por causa do intervalo de tempo, pois é preciso ter um tempo exato para representar a barra. Nesse mesmo raciocínio, o aluno de Matemática (B8), utilizando um gráfico, argumenta que o gráfico de barras não é o mais apropriado para resolver a questão, porque no tipo de casca de banana o gráfico não irá começar do zero, mas do número 1 e terminar no número 3.

Figura 1: Registro escrito do aluno B8 referente à questão



Fonte: ALMEIDA, 2009, p.75.

Ele, assim como o aluno do Ensino Fundamental, focaliza a argumentação no intervalo de tempo da decomposição.

Outra ocorrência também inferida nos registros escritos dos estudantes foi de o processo de matematização dos alunos do curso de Matemática acerca da questão em

tela ser semelhante aos do Ensino Fundamental e Médio. A partir dos estudos de Santos (2008) e Celeste (2008), notou-se que os estudantes do Ensino Básico, assim como os de Matemática, interpretaram o enunciado compreendendo que, para dar uma justificativa de o gráfico de barras não ser o mais apropriado para apresentar os dados, era preciso ler e interpretar o quadro do enunciado, levando em consideração o intervalo de tempo de decomposição dos lixos. Alguns procedimentos de resolução também foram semelhantes. Inferiu-se, a partir das análises de Santos (2008), Celeste (2008) e das análises deste estudo, que alguns desses alunos recorreram a conceitos matemáticos para dar argumentação à justificativa escolhida (proporcionalidade, função). Isso aponta que o problema em questão condiz com o nível de classificação.

Níveis de competência		Questões
Nível 1	Reconhecimento de fatos e definições, cálculos rotineiros (reprodução de procedimentos rotineiros)	“Prova de Ciências”; “Taxa de Câmbio”; “Caminhando”; “Crescendo”; “Exportações”; “Torneio de Tênis de Mesa”;
Nível 2	Conexão e integração para resolver problemas padrão/rotineiros	“Apoio ao Presidente”; “Assaltos”; “Estantes”; “Opções”; “Notas de Prova”; “Caminhando”; “Crescendo”; “Torneio de Tênis de Mesa”; “Bate-Papo pela Internet”; “Exportações”; “Vôo espacial”;
Nível 3	Raciocínio matemático avançado, intuição, reflexão, argumentação, generalização para resolver problemas não-rotineiros	“Lixo”; “Bate-Papo pela Internet”; “Taxa de Câmbio”;

Quadro 3 – Classificação das questões da prova segundo níveis de competência

Fonte: ALMEIDA, 2009, p.51

Em geral, nas análises dos registros, pode-se notar que, em alguns deles, os estudantes indicam uma atitude crítica frente à resposta e uma reflexão a respeito do processo de resolução. Segundo Dekker e Querelle (2002), os alunos, diante desses tipos de problemas, são capazes de criticar um “modelo matemático”, uma situação matemática e reinventá-los se necessário.

Algumas considerações

A pesquisa na qual foi este artigo foi baseado, realizou uma análise interpretativa das produções escritas de alunos de um curso de Matemática sob a luz da avaliação como prática de investigação. O “olhar” para as estratégias e os procedimentos e a sua identificação nos registros escritos dos alunos, permitiu perceber

que tomar a avaliação como prática investigativa pode servir para acompanhar, de alguma forma, o processo de ensinar e aprender nas aulas de matemática. Em nenhum momento, esta pesquisa teve por interesse primordial apontar os erros de estratégia e de procedimento, porém investigar a forma como os alunos lidaram com as questões apresentadas.

As estratégias e os procedimentos, que aqui foram tomados como indicadores de análise dos registros escritos, possibilitaram identificar indícios da matematização feita e inferir a forma como os alunos utilizam, argumentam e expressam a matemática que conhecem.

Um fator importante para investigar a forma como o aluno resolve um problema foi considerar o contexto que é envolvido no problema. Rico (2004) coloca que este é um componente que irá permitir aos alunos lidar com a Matemática de uma maneira mais fundada. O explorar o contexto envolvido em uma questão pode servir para confrontar, segundo Esteban (2000), os múltiplos conhecimentos que perpassam o fazer e o pensar de alunos.

Quanto às inferências realizadas a partir das análises dos registros escritos, notou-se que os alunos de Matemática, na sua grande maioria, não têm dificuldades quanto ao conceito de média aritmética, mas quanto à compreensão do conceito abordado num contexto, o qual é, muitas vezes, influenciado por outro contexto externo. As estratégias e os procedimentos de resolução, incluindo a forma de expressar a matemática por meio da escrita dos alunos do curso de Matemática e dos alunos do Ensino Fundamental e Médio, eram bem semelhantes em alguns registros e em outros eram os mesmos.

Nos registros escritos, também foi possível determinar, por meio das estratégias e dos procedimentos escolhidos, indícios de um processo de matematização.

Analisando os registros escritos dos alunos de Matemática e considerando alguns resultados referentes às análises do Ensino Fundamental e Médio, verificou-se que os estudantes, no geral, apresentaram uma matematização, não necessariamente aquela pedida no problema, porém aquela compreendida por eles.

Em suma, na pesquisa na qual este artigo fundamenta-se, foi possível identificar que, independente do acerto ou do erro, os alunos de um curso de Matemática ao matematizar ainda apresentam falhas no modo como empregam conceitos matemáticos e como expressam o raciocínio matemático produzido.

Uma comparação entre os registros escritos desses alunos com os do Ensino Fundamental e Médio apontou para a necessidade de um maior cuidado:

- que professores, futuros professores e estudantes devem ter com a escrita matemática;
- na escolha dos problemas de contexto que comporão os instrumentos avaliativos, no que diz respeito às características de validade e fidedignidade de cada um, tendo em vista que, dependendo da intenção do avaliador, eles podem não favorecer a visualização da matemática aprendida ou não oportunizar algum processo de matematização;
- com relação à utilização da estratégia metodológica da Resolução de Problemas tomada com um processo, para que os alunos desenvolvam e valorizem uma variedade de recursos da Matemática, possibilitando, assim, matematizar situações.

Sem esses cuidados, futuros professores poderão não dar a importância necessária ao processo de matematização de seus alunos e, ao fazer isso, perderão a oportunidade de, com eles, exercer uma prática investigativa que permita alguma regulação conjunta do processo de ensino e aprendizagem.

Referências

ALMEIDA, V. L. C. de. **Questões não-rotineiras: a produção escrita de alunos da graduação em Matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 3 ed. Lisboa: Edições 70 Ltda., 2004.

BARLOW, M. **Avaliação escolar: mitos e realidades**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BURIASCO, R. L. C.; SOARES, M. T. C. **Avaliação de Sistemas Escolares: Da Classificação dos Alunos à Perspectiva de Análise de sua Produção Matemática**. In: Valente, W. (Org). **Avaliação em Matemática**. São Paulo: Papyrus, 2008.

CELESTE, L. B. **A Produção Escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de matemática do PISA**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2008.

DEKKER, T., QUERELLE, N. **Great Assessment Problems**. Utrecht. Freudenthal Institute. (Traducción: Ma. Fernanda Gallego). GPDM. Bariloche. Río Negro, Argentina, 2002.

DE LANGE, J. **Framework for classroom assessment in mathematics**. Freudenthal Institute & National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science. 1999. Disponível em: <http://www.fi.uu.nl/catch/products/framework/de_lange_frameworkfinal.pdf> Acesso: 21 abr. 2008.

ESTEBAN, M. T. **Avaliar**: ato tecido pelas imprecisões do cotidiano. In: 23ª Reunião Anual da ANPEd, 2000. Caxambu. CD-ROM – 2000. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/23/trabtit1.htm>> Acesso: 14 jun. 2008.

HADJI, Charles. **A avaliação, regras do jogo**: das intenções aos instrumentos. 4.ed. Portugal: Porto, 1994.

OECD. **Estrutura de avaliação PISA 2003**: conhecimentos e habilidades em matemática, leitura, ciências e resolução de problemas. Tradução B & C Revisão de textos. São Paulo: Moderna, 2004.

RICO, R. L. Evaluación de competencias matemáticas: proyecto PISA/OCDE 2003. In: Investigación en educación matemática: Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (S.E.I.E.M.). La Coruña, 9-11 septiembre 2004 **Actas...** 2004

SANTOS, E. R. dos. **Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em Questões Discursivas Não Rotineiras de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2008.

SEGURA, R. de O. **Estudo da produção escrita de professores em questões discursivas de matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

SEPÚLVEDA, J. C.; ORMACHEA, C. del P. Resolución de problemas y contextos matemáticos. **Unión**, n. 12, p.27-39, dez. 2007.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. The role of contexto in assessment problemas in mathematics. **For the Learning Mathematics**, v.25, n. 2, Julho. 2005.

VIANNA, H. M. **Introdução à Avaliação Educacional**. São Paulo: IBRASA, 1989.

VANESSA LUCENA CAMARGO DE ALMEIDA é licenciada em Matemática (Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, 2005), especialista em Estatística (Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, 2007) e mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, 2009). Atualmente é docente lotada no Departamento de Matemática da FAESI - Faculdade de Ensino Superior de São Miguel do Iguçu - PR.

REGINA LUZIA CORIO DE BURIASCO é licenciada em Matemática (Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Santo André/SP, 1972), mestre em Educação Matemática (UNESP – Rio Claro, SP, 1988), doutora em Educação (UNESP – Marília, SP, 1999). Atualmente é Professora Associada lotada no Depto. de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), coordenadora do curso de Especialização em Educação Matemática da UEL coordenadora do GEPEMA - Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e

Avaliação da UEL. Coordenadora do GT de Avaliação e Educação Matemática da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).