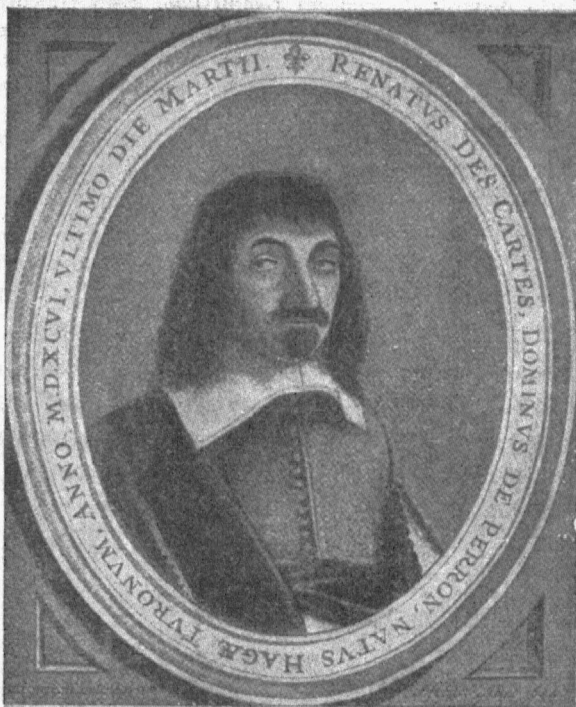


MISCELANEA MATEMATICA

por
J. BARINAGA

5

Se ha dicho alguna vez que Descartes no dió la importancia que merecía a su sorprendente invención de la Geometría Analítica, cuyo tercer cen-



*Primus inaccessum qui per tot saecula verum
Erunt e caeteris longe caliginis umbris.
Mystica sagax, Natura tuus, sic cernitur Orbi
Cartesius. Voluit sacros in imagine vultus
Fingere victurae artificis pia dextera famae.
Omnia ut aspicerent quem saecula nulla tacebunt.*

CONSTANTINI HUGENII F.

DESCARTES

tenario se conmemora actualmente y que, la estimaba, poco más que su método de los coeficientes indeterminados o que cualquier otro proceso

para descubrir verdades nuevas. Esto no es cierto. Descartes tuvo conciencia plena de la originalidad y transcendencia del poderoso instrumento que había construido. Y, en efecto, en una de sus cartas al Padre Mersenne, dice a éste (*): «Es para mí ciertamente doloroso tener que alabarme. Pero puesto que, solamente pocas gentes son capaces de entender mi *Geometría*, y puesto que usted me pregunta lo que yo opino de ella, me permito decirle: *ella es justamente tal como yo nada más pudiera desear*. En mi *Dióptrica* y en mi escrito sobre los *Meteoros* he procurado convencer al lector de que mis métodos eran mejores que los ordinarios empleados hasta aquí. Y yo aseguro haberlo demostrado con mi *Geometría*». Esto concuerda con la fama que Descartes ha dejado de que estaba poseído de su inmensa superioridad, llegando a atribuirsele frases como ésta: «Ninguno de estos modernos ha producido nada que ignoraran los antiguos».

6

Uno de los triunfos más sonados de Francisco Vieta, fué la notabilísima solución que dió al problema de Van Roomen, propuesto por éste en tono de reto, el año 1593, a todos los matemáticos del mundo. Se pedía en él la resolución de la ecuación (**) de grado 45:

$$45x - 3795x^3 + 95634x^5 - 1138500x^7 + 7811375x^9 - 34512075x^{11} + \\ + 105306075x^{13} - 232676280x^{15} + 384942375x^{17} - 488494125x^{19} + \\ + 483841800x^{21} - 378658800x^{23} + 236030652x^{25} - 117679100x^{27} + \\ + 46955700x^{29} - 14945040x^{31} + 3764565x^{33} - 740259x^{35} + \\ + 111150x^{37} - 12300x^{39} + 945x^{41} - 45x^{43} + x^{45} = B.$$

Van Roomen había añadido que si se hacía

$$B = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}$$

una de las raíces era

$$x = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}$$

Vieta reconoció muy pronto que se verificaban las relaciones siguientes:

$$x = 2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{45}, \quad B = 2 \operatorname{sen} \alpha,$$

es decir, que x era la cuerda de la 45-ava parte de un arco cuya cuerda era B . El algebrista francés publicó su famosa resolución en un folleto intitulado: *Responsum ad problema quod omnibus mathematicis totius orbis construendum proposuit Adrianus Romanus*. (Más detalles pueden verse en la *Historia*, de Cantor, t. II, pág. 606 y siguientes).

(*) Descartes: *Letras*, t. III, pág. 427. París 1667.

(**) Naturalmente, la notación no era entonces la que hoy utilizamos. Así x^{45} se expresaba por $x^{(45)}$ siguiendo a Stevin.

7

Jerónimo Cardano (1501-1576), el famoso sabio del Renacimiento italiano, fué un hombre extravagante, violento, vicioso y despilfarrador (*), cuya merecida fama de médico y matemático eminente se propagó rápidamente por Europa, a través de la cual viajó. Su acendrado catolicismo no le impidió ser perjuro con Tartaglia, publicando en su célebre obra *Ars Magna de Regulis Algebraicis* (1545) la inmortal regla *De cubo et re-*



CARDANO

bus æqualibus número que servía al genial tartamudo para resolver los problemas de tercer grado, y que la posteridad se ha obstinado en llamar *regla de Cardano*. Sus publicaciones alcanzan la cifra de 222 y versan sobre multitud de asuntos de medicina, filosofía, matemática, astronomía y astrología. Se cuenta de él, sin fundamento serio, que para no dejar incumplido su horóscopo se suicidó. Su muerte ocurrió en Roma el 21 de septiembre de

(*) Estas cualidades fueron declaradas por él en sus confesiones (sinceridad frecuente en los grandes hombres) contenidas en su obra *De vita propria*. La actividad científica inicial de Cardano fué la de profesor de matemáticas, tardando bastantes años en ser admitido al ejercicio de la medicina por no ser hijo de legítimo matrimonio.

1576. El retrato que reproducimos de la página 369 (*troisième série*) del libro de Cabanés, *Leyendas et curiosités de l'histoire*, carece de garantías de autenticidad.

8

Diremos que un vocablo de significado gramatical o literario es *predicable* cuando goza de la propiedad que él mismo expresa. Así, es predicable el vocablo «pentasílabo» porque es un pentasílabo. En cualquier otro caso diremos que el vocablo de que se trate es *impredicable*. Por ejemplo: el vocablo «soneto» es impredicable, pues no es un soneto. Queda establecida, de este modo, una clasificación de los vocablos que encierran algún contenido del arte del lenguaje en dos grupos que se excluyen mutuamente y se completan. Es decir, que un mismo vocablo no puede pertenecer a la vez a los dos grupos (principio de *contradicción*), y que cada uno de tales vocablos ha de figurar, forzosamente, en una de ellas (principio del *tertium non datur*). Veamos ahora qué ocurre con el vocablo «impredicable»: No puede ser predicable, pues, si así fuese, debería gozar de la misma propiedad por él expresada, esto es, ser impredicable, y no pudiendo ser las dos cosas simultáneamente (en virtud del principio de *contradicción*), queda desechada la hipótesis de que fuera predicable. Tampoco puede ser impredicable, porque, entonces, se caracterizaría a sí mismo, y sería, por definición, predicable. Pero, según el *tertium non datur* ha de ser necesariamente, predicable o impredicable. ¿Qué pasa aquí? Lo que sucede es lo mismo que ocurría en la paradoja enunciada en la página 135 del tomo II de esta REVISTA (*). Ello nada tiene que ver con la lógica trivalente de Brouwer. Es, sencillamente, que es inútil tratar de decidir la validez o la no validez de una proposición comparándola consigo misma. Es preciso referirse a otras externas, y no basta con esto.

Para explicar (reducir) estas antinomias lógicas (y como ellas pueden construirse cuantas se quieran), ideó Russell su célebre *Teoría de los tipos*. Russell distribuye, en *tipos* las propiedades, las relaciones, los conceptos. Llama propiedades de grado cero a los objetos (elementos o individuos); propiedades de primer grado a las propiedades de los individuos; propiedades de segundo grado, a las propiedades de las propiedades de los individuos, y así sucesivamente. La teoría exige, para que tenga sentido hablar de la certeza o falsedad de una propiedad de grado n , que esta propiedad se refiera, solamente, a propiedades de grado $n-1$; nunca a otras, y por consiguiente, tampoco a propiedades del mismo grado n (en particular a sí misma). Esto es lo que ocurre en las antinomias que hemos mencionado. Si en la del «impredicable» examinamos las definiciones dadas para «predicable» y para «impredicable» veremos que dichas definiciones no tienen de tales más que la apariencia (**).

(*) Las consultas recibidas a raíz de su aparición aumentaron con la publicación de mi libro «Miscelánea Matemática». Para contestar a muchas de ellas y corresponder al interés despertado, diciendo algo más sobre el asunto, redactamos estas líneas.

(**) A quien interese ésta y análogas cuestiones le aconsejamos la lectura del Cuaderno 76 de las «Actualités» de Hermann titulado *La antigua y la nueva Lógica*, que es la traducción de un breve y elegante trabajo de Rodolfo Carnap.