

# CALIBRACIÓN DE UN MODELO LOGÍSTICO MULTINOMIAL DE CRECIMIENTO EN DIÁMETRO PARA PINO NEGRO (*PINUS PINASTER* AIT.) EN EL SISTEMA IBÉRICO MERIDIONAL, ESPAÑA

Ernesto Escalante Otalora <sup>1,2</sup>, Cristóbal Ordóñez Alonso <sup>1,2</sup>, Valentín Pando Fernández <sup>1,3</sup> y Felipe Bravo Oviedo <sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Instituto Universitario de Investigación en Gestión Forestal Sostenible-Universidad de Valladolid – INIA. Avda. de Madrid s/n. 34004-PALENCIA (España). Correo electrónico: escalante.ernesto@gmail.com, angelcristobal.ordonez@uva.es, fbravo@pvs.uva.es

<sup>2</sup>Departamento de Producción Vegetal y Recursos Forestales. Universidad de Valladolid. Av. de Madrid s/n. 34004-PALENCIA (España)

<sup>3</sup>Departamento de Estadística e Investigación Operativa. Universidad de Valladolid. Av. de Madrid s/n. 34004-PALENCIA (España). Correo electrónico: vpando@eio.uva.es

## Resumen

La modelización forestal es una herramienta útil en la investigación forestal, como también en el desarrollo de técnicas alternativas para mejorar los modelos de crecimiento forestal. El desarrollo del Simulador de Alternativas Forestales (SIMANFOR) constituye una herramienta práctica para simular escenarios selvícolas en masas naturales del Sistema Ibérico Meridional. El presente estudio tiene por objetivo evaluar dos modelos de crecimiento diamétrico de *Pinus pinaster* Ait. en el Sistema Ibérico Meridional, el primero, un modelo exponencial, y el segundo, un modelo basado en regresiones logísticas multinomiales. Para ello, hemos utilizado datos provenientes de 12 parcelas permanentes de muestreo con mediciones de diámetro a la altura normal en dos periodos. Las estimaciones de diámetro se realizaron ejecutando el modelo IBERO<sup>PT</sup> en la plataforma SIMANFOR, en su estructura original, y luego, sustituyendo el modelo exponencial por el modelo multinomial en el módulo de crecimiento forestal. El resultado muestra que el modelo de crecimiento diamétrico basado en estimaciones multinomiales es una herramienta potente que mejoran las predicciones en la modelización de crecimiento en diámetro de los árboles.

Palabras claves: *Regresión Logística Multinomial (MNL), Diámetro normal, Modelización forestal, Crecimiento forestal*

## INTRODUCCIÓN

La modelización forestal actual demanda una accesibilidad inmediata a las diferentes necesidades de los usuarios forestales. La transferencia de los resultados de investigación a través de sistemas *online*, facilitan el acceso a

múltiples usuarios, por lo que hoy en día, es una herramienta potente para su aplicación en el sector forestal. En bosques tropicales, la aplicación informática como herramienta en la investigación forestal ha sido utilizada ampliamente (VANCLAY, 1998), inclusive en plantaciones y sistemas agroforestales (UGALDE, 1988).

Algunas experiencias previas en España, han desarrollado programas orientados a la simulación de masas forestales, por ejemplo, GESMO (GONZÁLEZ-GONZÁLEZ et al., 2005), PINEA2 v1.0 (MADRIGAL et al., 2009) entre otros. SIMANFOR (BRAVO et al., 2010) es una plataforma *online* ([www.simanfor.es](http://www.simanfor.es)) desarrollada para facilitar la simulación de alternativas de manejo forestal sostenible a nivel de rodal en el Sistema Ibérico Meridional. En la actualidad, la plataforma SIMANFOR alberga dos modelos de uso estable destinado a gestores, administradores y usuarios forestales. Uno de ellos, es el modelo IBERO<sup>PT</sup> *Pinus pinaster* Ait. (LIZARRALDE et al., 2010) que ha sido desarrollado para simular la dinámica de las masas puras y regulares en el Sistema Ibérico Meridional, siendo éste un modelo de árbol individual independiente de la distancia. En conjunto, las utilidades de SIMANFOR están en creciente desarrollo, dado que proporciona facilidades para evaluar modelos de crecimiento forestal, además de, simular escenarios selvícolas inherentes en la gestión forestal. Sin embargo, los modelos de crecimiento están en permanente desarrollo e incorporando nuevas técnicas de modelización en los ambientes Mediterráneos, por ejemplo, la utilización de técnicas de regresión logística multinomial. El objetivo del presente trabajo fue evaluar los diámetros estimados a  $t+5$  años, utilizando un modelo logístico multinomial (ESCALANTE et al., 2011) con respecto al modelo exponencial de crecimiento en diamétrico (LIZARRALDE, 2008), ambos modelos intervienen en el modulo de crecimiento del modelo IBERO<sup>PT</sup> y fueron ejecutados en el sistema SIMANFOR.

## MATERIAL Y METODOS

### Modelo IBERO

El modelo IBERO<sup>PT</sup> en su estructura original esta compuesto por nueve submodelos a nivel de árbol individual y rodal, estos modelos estiman el espesor de corteza, la amplitud de copa, las relaciones altura-diámetro, calidad de estación, mortalidad, masa incorporada, perfil de fuste, crecimiento en altura y diámetro. Se ha ejecutado el modelo IBERO<sup>PT</sup> para estimar

el crecimiento en diámetro; a) utilizando la estructura original del modelo, es decir, en el modulo de crecimiento está el submodelo de crecimiento exponencial habiéndose obtenido el diámetro «predicho 1»; b) en la estructura original del modelo se ha sustituido el modulo de crecimiento por el modelo multinomial, habiéndose obtenido el diámetro «predicho 2». Las variables de masa calculadas fueron: altura dominante ( $H_0$ ), número de pies por hectárea ( $N$ ), diámetro medio cuadrático ( $Dg$ ), área basimétrica ( $G$ ), índice de sitio ( $IS$ ), índice de Hart-Becking e índice de Reineke, entre otros. En ambos procedimientos expuestos, los diámetros a  $t+5$  años, fueron obtenidos sumando al diámetro inicial los incrementos estimados por los dos submodelos que a continuación se describen.

### Modelos de crecimiento diamétrico

El submodelo exponencial de crecimiento en diámetro (LIZARRALDE, 2008) estima el incremento en diámetro ( $\Delta DBH$ ) en un intervalo de  $t+5$  años. La estructura del submodelo de crecimiento es,

$$\Delta DBH = \exp \left( \beta_1 \ln(DBH) + \beta_2 \ln \left( \frac{CR+0.2}{1.2} \right) + \beta_3 \ln(SI) - \beta_4 \sqrt{SBA} - \beta_5 \left( \frac{BAL^2}{\ln(DBH)} \right) \right) \quad (1)$$

Las variables descritas en la Ec. 1 son: diámetro normal ( $DBH$ ), índice de sitio ( $SI$ ), área basimétrica de la parcela ( $SBA$ ), sumatoria de las áreas basimétricas de los árboles con diámetro normal superior al árbol estudiado ( $BAL$ ), ratio de copa ( $CR$ ) y  $\beta_i = \{\beta_1, \dots, \beta_5\}$  son parámetros estimados (Tabla 1). La estimación del diámetro a  $t+5$  años (predicho 1) se ha obtenido ejecutando en su conjunto el modelo IBERO<sup>PT</sup> en la plataforma SIMANFOR.

Por otro lado, ESCALANTE et al. (2011) desarrollaron modelos de crecimiento diamétrico para *Pinus pinaster* Ait. y *Pinus sylvestris* L. en ambiente mediterráneo basados en técnicas de regresión logística multinomial (MNL). La formulación básica de un modelo logístico multinomial (PANDO Y SAN MARTÍN, 2004) considera  $m+1$  probabilidades, así;

$$p_k = \exp\left(\frac{Z_k}{1 + \sum_{j=1}^m Z_j}\right) \text{ y } p_0 = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^m \exp(Z_j)}$$

para  $k = 1, \dots, m$  y donde  $Z_k$  o logits fueron estimados en función a la siguiente estructura;

$$Z_k = \ln\left(\frac{p_k}{p_0}\right) = \beta_{1k}DBH + \beta_{2k}DBH^2 + \beta_{3k}BAL + \beta_{4k}SI + \beta_{5k}A + \beta_{6k}SDI + \beta_{7k}D_{DBH} \quad (2)$$

Siendo,  $p_k$ =probabilidad de saltar  $k$  clases de 1 cm, y  $p_0$  = probabilidad de no saltar de clase diamétrica en un intervalo de  $t+5$  años, para una máxima probabilidad  $m = 4$  de saltos de clase diamétrica. Las variables de la Ec. 2 son; diámetro normal (DBH), sumatoria de las áreas basimétricas de los árboles con diámetro normal superior al árbol estudiado (BAL), índice de sitio (SI), edad del rodal ( $A$ ), índice de densidad del rodal o índice de Reineke (SDI), distancia desde el registro de DBH para alcanzar a la siguiente

clase diamétrica en cm ( $D_{DBH}$ ). Un total de 28 parámetros conforman el modelo multinomial,  $\beta_i = \{\beta_{1k}, \dots, \beta_{7k}\}$  siendo los parámetros estimados para cada  $Z_k$  presentado en la Tabla 1.

La estimación del incremento en diámetro desde  $t$  a  $t+5$  años, a partir de la respuesta polinómica del modelo multinomial, se calculó mediante la sumatoria del producto de las probabilidades discretas por su clase diamétrica respectiva, denominada esperanza matemática o probabilística (CANAVOS, 1988), definido como,  $\Delta DBH_i = 1p_1 + 2p_2 + 3p_3 + 4p_4$  (3) donde  $\Delta DBH$  = incremento en diámetro normal desde  $t$  a  $t+5$  años para el árbol  $i$ , y  $p_i = \{p_1, \dots, p_4\}$  son las probabilidades de salto para cada clase diamétrica desde 1 a 4 cm.

**Datos**

La Tabla 2 describe aspectos generales de las 12 parcelas permanentes seleccionadas para el presente estudio, que pertenecen a la Red del

Modelos		Referencia							
Exponencial		0,2030	0,4414	0,8379	0,1295	0,0007	-----	-----	LIZARRALDE (2008)
Multinomial									
	1	0,1305	-0,0033	-0,0520	0,3382	0,0141	0,0002	-6,7473	ESCALANTE et al. (2011)
	2	0,0184	-0,0033	-0,1151	0,6430	0,0235	-0,0018	-9,5815	
	3	-0,1618	-0,0019	-0,1908	0,8342	0,0434	-0,0033	-12,0370	
	4	-0,0108	-0,0132	-0,2089	0,6751	0,0407	0,0000	-12,0326	

Tabla 1. Parámetros estimados utilizados para estimar el crecimiento en diámetro a  $t+5$  años

Parcela	Latitud	Longitud	Altitud (m)	H <sub>0</sub> (m)	D <sub>g</sub> (cm)	N (pies/ha)	Edad (años)	Índice de Sitio (IS)
02616005	39°52'30"	01°26'33"	1.060	11,50	26,41	562	85	11
02619001	40°52'07"	02°01'53"	1.230	13,28	33,36	594	91	12
02619002	40°52'26"	02°02'48"	1.229	13,22	35,81	481	96	12
02619003	40°50'44"	02°00'03"	1.140	11,40	32,67	555	91	11
02642102	41°31'59"	02°59'19"	873	9,26	17,98	1.284	37	17
02642103	41°31'58"	02°57'56"	948	17,53	37,36	368	96	17
02642107	41°33'01"	02°49'38"	852	14,86	32,60	584	100	14
02642109	41°30'52"	02°56'54"	817	16,78	39,23	269	89	16
02642110	41°30'58"	02°56'58"	823	12,62	26,51	474	33	23
02642207	41°36'01"	02°35'44"	1.053	17,50	32,91	622	51	23
02644006	40°22'30"	01°23'03"	1.320	12,77	26,72	976	133	9
02644201	40°10'21"	00°37'18"	992	8,92	18,76	1.471	62	11

Tabla 2. Localización y descripción de las parcelas de *P. pinaster* utilizadas en la evaluación del modelo multinomial de crecimiento forestal

Instituto Universitario de Investigación y Gestión Forestal Sostenible (BRAVO et al., 2004). Según la clasificación biogeográfica de España, los pinares abajo descritos están localizados en la región Mediterránea. En ninguna de las parcelas se ha realizado corta de árboles entre el establecimiento inicial ( $t$ , año 2003) y la subsiguiente medición ( $t+5$ , año 2008). Esta información de crecimiento diamétrico entre  $t$  y  $t+5$  años fue utilizada para el proceso de evaluación de los modelos en el presente estudio.

### Evaluación estadística

Se ha realizado regresiones lineales utilizando 463 registros (SAS v9.2; PROC REG), entre diámetro observado ( $DBH_{obs, i}$ ) y diámetro estimado ( $DBH_{pre, i}$ ) por cada submodelo, obteniéndose así, el diámetro normal «predicho 1 y 2». En ambos casos, se ha sumado el incremento en diámetro estimado por modelo de crecimiento exponencial (Ec. 1) y el producto de probabilidades obtenida por el modelo multinomial (Ec. 3) al diámetro inicial ( $DBH_{ini, i}$ ) respectivamente. La expresión lineal utilizada fue;

$$DBH_{obs, i} = b_0 + b_1 DBH_{obs, i} + \varepsilon_i \quad (4)$$

donde  $b_0$  y  $b_1$  son los parámetros a ser estimados. La evaluación cuantitativa del modelo fue realizada mediante el análisis comparativo del coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de cada modelo, además, criterios estadísticos implícitos en el ajuste de la ecuación lineal, tales como heterocedasticidad, correlación y normalidad de residuos. El coeficiente de determinación indica el grado de ajuste entre los valores observados y predichos. Una vez obtenidos los estimadores  $b_0$  y  $b_1$  por el método de mínimos cuadrados, se realizó una prueba  $t$  (ANDERSON et al., 2009) para el término independiente ( $H_0 : b_0 = 0; H_a : b_0 \neq 0$ ) y para la pendiente de la recta ( $H_0 : b_1 = 1; H_a : b_1 \neq 1$ ).

### Simulaciones silvícolas

Utilizando el modelo IBERO<sup>PT</sup> con el submodelo de crecimiento multinomial hemos realizado

seis simulaciones para evaluar el crecimiento diamétrico y la producción maderera de *P. pinaster* bajo condiciones de estructura de rodal conocida. El rodal de referencia inicial tiene una edad de 35 años, área basimétrica de 32,6 m<sup>2</sup> por hectárea, densidad 1.284 árboles por hectárea, índices de sitios de 11, 17 y 23 m y dos itinerarios selvícolas (intensidad baja y alta). En cada itinerario selvícola, para ambas intensidades selvícolas antes descritas, se ha realizado una clara por lo bajo del 20 y 35% en área basimétrica, respectivamente. El intervalo entre cada itinerario selvícola fue 10 años, habiéndose simulado las intervenciones a los 40, 50, y 60 años, respectivamente.

## RESULTADOS

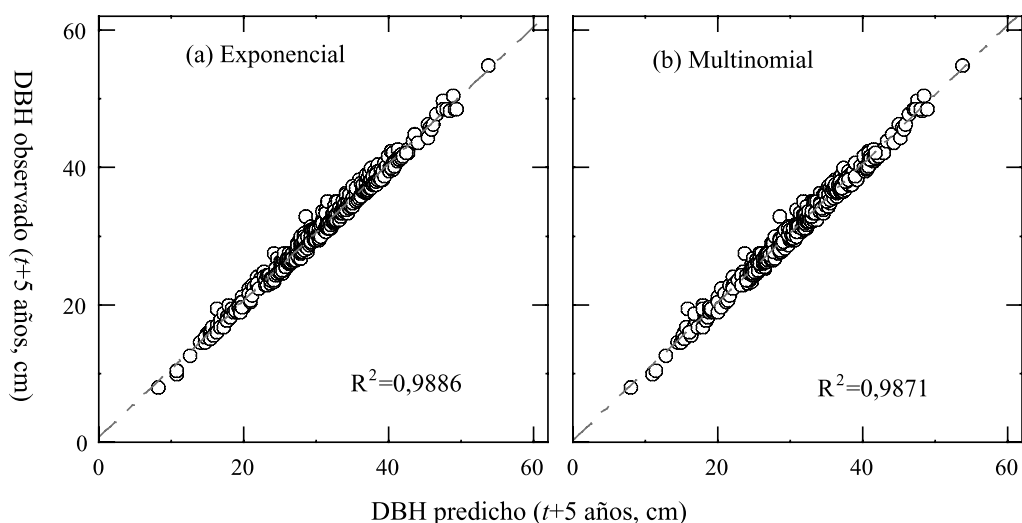
### Evaluación de los modelos

Los parámetros estimados de la regresión lineal para los dos modelos evaluados se detallan en la Tabla 3. Inicialmente se ha observado una alta correlación entre los valores de diámetro observado y predicho (Figura 1).

Los valores del estimador fueron 0,71 y 0,25 para el modelo exponencial y multinomial, respectivamente. En la prueba de  $t$  aplicado al término independiente de la recta, el valor de  $t$  es significativamente distinto de cero, lo que indica que el modelo exponencial tiene un comportamiento inadecuado, debido al desplazamiento en el origen de la ordenada. Respecto al valor de  $b_1$ , no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que no es significativamente distinto de 1. En el caso del modelo multinomial, ambos parámetros, tanto  $b_0$  y  $b_1$  no son significativamente distintos de 0 y 1, respectivamente. Los residuos estandarizados respecto a los valores predichos muestran una representación de la normalidad de los residuos (Figura 2), con una estabilidad mayor para el modelo multinomial (Figura 2, b.1-2). Este análisis confirmó que las predicciones del modelo multinomial son mejores, por lo cual,

Modelo	(Y, observado)	(X, predicho)	R <sup>2</sup>	p-valor,		p-valor,	
1	DBH <sub>obs</sub>	DBH <sub>pre</sub> -Exponencial	0,9886	0,71441	<0,0001	0,99463	0,2801
2	DBH <sub>obs</sub>	DBH <sub>pre</sub> -Multinomial	0,9871	0,24723	0,1392	1,00667	0,2144

Tabla 3. Parámetros estimados y prueba de hipótesis del término independiente y la pendiente de la recta de la regresión lineal para cada modelo de crecimiento



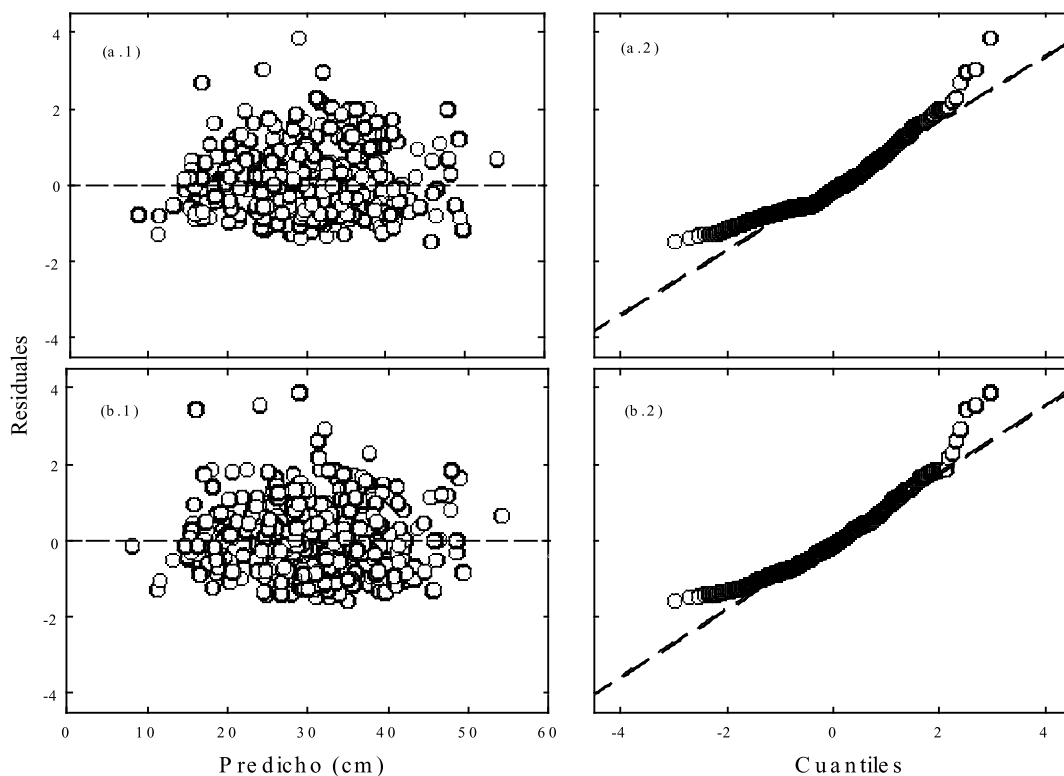
**Figura 1.** Relación lineal entre diámetro observado vs. diámetro predicho por ambos modelos de crecimiento en diámetro, submodelo exponencial (a) y submodelo multinomial (b)

fue seleccionado este modelo de crecimiento en diámetro para realizar simulaciones selvícolas.

**Simulaciones selvícolas online**

Este trabajo ha mostrado las utilidades prácticas de la plataforma SIMANFOR. La simula-

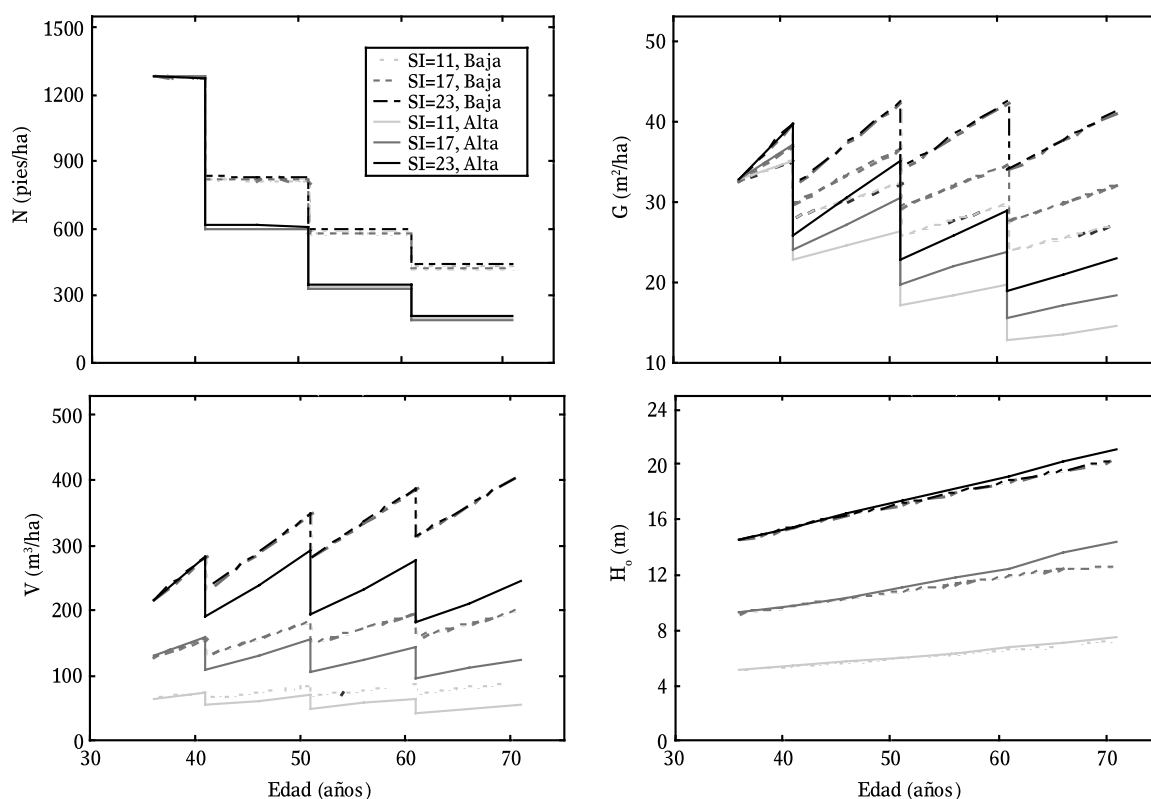
ción de rodales con el modelo IBERO<sup>PT</sup> (utilizando el submodelo multinomial de crecimiento en diámetro en el módulo de crecimiento) muestran que las masas de *P. pinaster* son sensibles a la calidad de estación aplicando un itinerario selvícola de baja o alta intensidad. La Tabla 4



**Figura 2.** Normalidad de los residuos del ajuste de la Ec. 4 para los valores predichos por el modelo exponencial (a.1, a.2) y multinomial (b.1, b.2)

Selvicultura	IS	t	H <sub>0</sub>	Masa antes de la clara				Masa extraída				Masa después de la clara				Masa muerta				M. incorporada		
				N	Dg	G	V	N <sub>e</sub>	Dg <sub>e</sub>	V <sub>e</sub>	N'	Dg'	G'	V'	N <sub>m</sub>	Dg <sub>m</sub>	V <sub>m</sub>	G <sub>i</sub>	VT	IMA	ICA	
Intensidad baja	11	36	5,2	1284	18,0	32,6	66,2					1284	18,0	32,6	66,2	0,0	0,0	0,0	0,0	66,2	1,8	1,8
		41	5,4	1280	18,7	35,1	75,4	465,2	13,9	10,4	814	20,9	28,1	65,0	4,3	13,9	0,1	0,0	0,0	75,4	1,8	1,8
		51	6,0	811	22,5	32,3	83,4	235,5	18,7	14,2	576	23,9	25,8	69,1	3,3	20,0	0,2	0,0	0,0	93,8	1,8	1,9
	61	6,6	574	25,7	29,8	88,1	142,6	23,1	14,3	431	26,5	23,8	73,8	2,0	23,8	0,2	1,2	0,0	112,8	1,8	1,9	
	71	7,3	429	28,4	27,1	92,6								1,4	26,5	0,2	0,6	0,0				
	17	36	9,3	1284	18,0	32,6	130,3				1284	18,0	32,6	130,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	130,3	3,6	3,6
		41	9,8	1279	19,2	37,1	158,3	458,2	14,4	26,2	820	21,5	29,6	132,1	5,3	13,9	0,3	0,0	0,0	158,3	3,9	5,4
		51	10,9	816	23,9	36,6	183,8	232,6	20,0	33,6	583	25,3	29,3	150,2	4,2	20,9	0,6	0,0	0,0	210,0	4,1	4,9
	61	12,0	581	27,6	34,6	196,4	160,5	23,4	36,1	420	29,0	27,7	160,3	2,7	25,0	0,7	0,8	0,0	256,2	4,2	4,4	
	71	12,6	418	31,2	32,0	202,9								1,8	29,2	0,7	0,0	0,0				
Intensidad alta	23	36	14,6	1284	18,0	32,6	216,9			1284	18,0	32,6	216,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	216,9	6,0	6,0	
		41	15,5	1277	19,9	39,8	284,0	442,6	15,1	51,1	835	22,0	31,8	232,9	6,7	13,9	0,6	0,0	0,0	284,1	6,9	12,4
		51	17,2	829	25,6	42,5	350,3	231,3	21,6	67,1	598	26,9	34,0	283,2	5,7	22,2	1,5	0,0	0,0	401,4	7,9	11,3
	61	18,8	594	30,2	42,5	388,9	155,0	26,4	74,1	439	31,4	34,0	314,8	3,9	27,6	1,8	0,3	0,0	507,0	8,3	10,1	
	71	20,4	436	34,7	41,2	412,3								2,7	32,2	2,0	0,0	0,0				
	11	36	5,2	1284	18,0	32,6	66,2				1284	18,0	32,6	66,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	66,2	1,8	1,8
		41	5,4	1280	18,7	35,1	75,4	682,7	15,1	20,5	597	22,1	22,8	55,0	4,3	13,9	0,1	0,0	0,0	75,4	1,8	1,7
		51	6,0	595	23,8	26,4	71,1	258,6	21,3	20,7	336	25,5	17,1	50,4	2,1	21,8	0,2	0,0	0,0	91,6	1,8	1,5
	61	6,7	335	27,2	19,5	64,6	137,4	25,2	21,4	198	28,6	12,7	43,2	1,0	25,7	0,2	0,9	0,0	105,8	1,7	1,3	
	71	7,6	197	30,6	14,5	55,4								0,5	29,1	0,1	0,1	0,0				
17	36	9,3	1284	18,0	32,6	130,3				1284	18,0	32,6	130,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	130,3	3,6	3,6	
	41	9,8	1279	19,2	37,1	158,3	679,1	15,6	48,5	599	22,6	24,1	109,8	5,3	13,9	0,3	0,0	0,0	158,3	3,9	5,0	
	51	11,2	597	25,5	30,4	156,7	266,3	22,5	50,1	331	27,6	19,7	106,6	2,6	22,7	0,4	0,0	0,0	205,2	4,0	4,4	
61	12,5	329	30,3	23,8	144,0	137,6	27,8	48,1	192	32,1	15,5	95,9	1,2	28,2	0,4	0,2	0,0	242,6	4,0	3,4		
71	14,4	191	34,9	18,2	125,7								0,6	33,1	0,3	0,0	0,0					
23	36	14,6	1284	18,0	32,6	216,9				1284	18,0	32,6	216,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	216,9	6,0	6,0	
	41	15,5	1277	19,9	39,8	284,0	663,1	16,4	92,6	614	23,2	25,8	191,5	6,7	13,9	0,6	0,0	0,0	284,1	6,9	11,6	
	51	17,4	611	27,0	35,0	292,7	260,9	24,4	97,2	350	28,8	22,7	195,5	3,2	24,1	1,0	1,1	0,0	385,3	7,6	9,1	
61	19,2	348	32,5	28,9	276,3	136,8	30,7	95,8	212	33,6	18,8	180,5	1,5	30,1	0,9	0,0	0,0	466,0	7,6	7,2		
71	21,2	211	37,3	23,1	244,1								0,8	35,1	0,7	0,0	0,0					

**Tabla 4.** Simulación de una masa de *P. pinaster* a diferentes calidades de estación y dos regímenes de gestión selvícola. Las variables de masa fueron estimadas utilizando el modelo de crecimiento multinomial dentro del ambiente IBERO<sup>TM</sup>. Las variables son: IS=índice de sitio; t=edad de sitio; H<sub>0</sub>=altura dominante (m); N, N<sub>e</sub>, N', N<sub>m</sub>=número de pies por hectárea; Dg, Dg<sub>e</sub>, Dg', Dg<sub>m</sub>=diámetro medio cuadrático (cm); G, G', G<sub>i</sub>=área basal métrica del rodal (m<sup>2</sup>·ha<sup>-1</sup>); V, V<sub>e</sub>, V', V<sub>m</sub>, VT=volumen del rodal (m<sup>3</sup>·ha<sup>-1</sup>); IMA=incremento medio anual (m<sup>3</sup>·ha<sup>-1</sup>·año<sup>-1</sup>); ICA=incremento corriente anual (m<sup>3</sup>·ha<sup>-1</sup>·año<sup>-1</sup>)



**Figura 3.** Evolución de las variables de masa y producción de volumen de un rodal simulado por el modelo IBERO<sup>PT</sup> utilizando el submodelo multinomial en el módulo de crecimiento en diámetro en la plataforma SIMANFOR. Se han propuesto tres calidades de estación y dos itinerarios selvícolas

muestra un resumen detallado de la tabla de producción para los dos escenarios selvícolas y tres calidades de estación.

El análisis gráfico de las variables de masa permiten visualizar los diferentes enfoques selvícolas que el silvicultor podrá evaluar para tomar adecuadas decisiones de gestión forestal.

## DISCUSIÓN

### Modelo logístico multinomial

Los modelos logísticos de distribución binomial son de respuesta dicotómica, ampliamente utilizados en germinación de especies forestales (NÚÑEZ *et al.*, 2003; KASSA *et al.*, 2010), supervivencia o mortalidad de árboles en masas regulares (BRAVO-OVIEDO *et al.*, 2006; ADAME *et al.*, 2010), entre otros. A diferencia del modelo logístico, los modelos multinomiales son de respuesta politómica, siendo permitido estimar más de dos probabilidades o eventos de respuesta. Por ejemplo, en ecología de especies de bosque tropical en

Bolivia (BOLTZ & CARTER, 2006) fueron estimadas las probabilidades de tres eventos: mortalidad, estabilidad y crecimiento de los árboles. En modelos de enfoque exponencial, por ejemplo, el modelo IBERO<sup>PT</sup> en su versión original, el valor estimado del incremento en diámetro es continuo; a diferencia del modelo de crecimiento multinomial, el valor estimado es categórico. No obstante, en el presente trabajo, los valores de las probabilidades procedente del modelo multinomial fueron recalculadas para obtener valores continuos, de esta manera la precisión estimativa del modelo mejoró. En algunos casos, una respuesta discreta evita estimaciones de crecimiento negativo, como se ha señalado en un estudio previo desarrollado en masas extremadamente densas de *Pinus nigra* (PALAHÍ & GRAU, 2003). Investigaciones futuras basado en el enfoque del presente estudio, permitirían evaluar la eficiencia del modelo multinomial en la predicción del crecimiento en diámetro de los árboles con datos del Inventario Forestal Nacional (IFN), tomando como referencia parcelas que incluyen árboles

tipo, sin intervención selvícola entre periodos de medición o inventario (CAÑADAS et al., 2002), o ampliar esta técnica a otras especies.

Por su parte, las ventajas de los modelos multinomiales están asociadas a la elección discreta de la variable respuesta, que en materia forestal es muy frecuente, especialmente cuando se trata de predecir probabilidades de ocurrencia a lo largo del tiempo. En las masas del Sistema Meridional, la flexibilidad del modelo multinomial permite obtener predicciones de crecimiento en diámetro a partir del centro de clase diamétrica de los árboles individuales (registro no medido en campo), para este efecto, el usuario podrá ejecutar una variante del modelo principal (ESCALANTE et al., 2011).

### Simulación de rodales

La amplia distribución de *P. pinaster* en el Sistema Ibérico Meridional, a lo largo de diferentes gradientes ambientales y calidades de estación, influyen en crecimiento de las masas. Los turnos de corta para *P. pinaster* oscilan entre 60 y 80 años dependiendo de las calidades de estación en la región Mediterránea. Nuestras simulaciones a turnos de rotación intermedia (~70 años) producen estimaciones de crecimiento y producción inferiores a las simuladas en la región del Vale do Tâmega (Portugal) debido a la influencia Atlántica (MOREIRA & FONSECA, 2002). En conjunto el rendimiento del modelo IBERO<sup>PT</sup> mostró una evolución completa de la masa en el tiempo, incluyendo estimación de mortalidad y masa incorporada (Tabla 4). En base a nuestros escenarios selvícolas simulados sugerimos que una gestión selvícola intensiva es practicable en rodales con altas calidades de estación en masas del Sistema Ibérico Meridional. Por el contrario, en rodales de baja calidad de estación la estabilidad de la masa disminuye cuando aplicamos una alta intensidad selvícola, debido a la reducción del área basimétrica (>50%), principalmente. No obstante, se observó mayor diferencia de producción en volumen entre calidades de estación cuando se simuló una baja intensidad selvícola (Figura 3).

### CONCLUSIONES

En el presente trabajo el modelo multinomial muestra un comportamiento aceptable en la

estimación del crecimiento en diámetro de árboles para masas regulares de *P. pinaster* en el Sistema Ibérico Meridional de España, con respecto a un modelo de crecimiento exponencial. Finalmente, se propone generar una nueva versión del modelo IBERO<sup>PT</sup> que incluya en su estructura de crecimiento el modelo de crecimiento diamétrico basado en estimaciones logísticas multinomiales.

### Agradecimientos

El presente trabajo se ha desarrollado en el marco del proyecto de Restauración y gestión forestal, subproyecto “Opciones para la planificación a escala nacional y paisaje” (PSS-310000-2008-3) financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación de España y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER).

### BIBLIOGRAFÍA

- ADAME, P.; DEL RÍO, M. & CAÑELLAS, I.; 2010. Modeling individual-tree mortality in Pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.) stands. *Ann. For. Sci.* 67(8): 810.
- ANDERSON, D.R.; SWEENEY, D.J. & WILLIAMS, T.A.; 2009. *Statistics for business and economics*. Mason, USA.
- BOLTZ, F. & CARTER, D.R.; 2006. Multinomial logit estimation of a matrix growth model for tropical dry forests of eastern Bolivia. *Can. J. For. Res.* 36(10): 2623-2632.
- BRAVO-OVIEDO, A.; STERBA, H.; DEL RÍO, M. & BRAVO, F.; 2006. Competition-induced mortality for Mediterranean *Pinus pinaster* Ait. and *P. sylvestris* L. *Forest Ecol. Manage.* 222(1-3): 88-98.
- BRAVO, F.; ORDÓÑEZ, A.C.; LIZARRALDE, I.; BRAVO-OVIEDO, A.; GUERRA, B.; DEL PESO, C.; DOMÍNGUEZ, M. Y OSORIO, L.F.; 2004. Red de parcelas y experimentos del grupo de investigación sobre gestión forestal sostenible de la ETS de Ingenierías Agrarias de Palencia (Universidad de Valladolid). *Cuad. Soc. Esp. Cienc. For.* 18: 237-242.
- BRAVO, F.; RODRÍGUEZ, F. Y ORDÓÑEZ, A.C.; 2010. *Simanfor: Sistema de apoyo para la*



- simulación de alternativas de manejo forestal sostenible*. Disponible en [www.simanfor.es](http://www.simanfor.es) (26 de octubre de 2011).
- CANAVOS, G.C.; 1988. *Probabilidad y estadística: Aplicaciones y métodos*. McGraw-Hill/Interamericana de México. México.
- CAÑADAS, N.; BRAVO, F. Y MONTERO, G.; 2002. Modelización forestal a partir de los datos del inventario forestal nacional. *En*: F. Bravo; M. del Río y C. del Peso (eds.). *El inventario forestal nacional. Elemento clave para la gestión forestal sostenible*: 133-148. Madrid.
- ESCALANTE, E.; PANDO, V.; ORDÓÑEZ, A.C. & BRAVO, F.; 2011. Multinomial logit estimation of a diameter growth matrix model of two Mediterranean pine species in Spain. *Ann. For. Sci.* 68: 715-726.
- GONZÁLEZ-GONZÁLEZ, J.M.; CASTEDO, F.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; ROJO, A. Y ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G.; 2005. *Gesmo 2005 (1.00): simulador de crecimiento y clasificación de productos*. CD-Rom. ISBN 84-609-8869-4.
- KASSA, A.; ALÍA, R.; TADESSE, W.; PANDO, V. & BRAVO, F.; 2010. Seed germination and viability in two African Acacia species growing under different water stress levels. *African J. of Plant Sci.* 4(9): 353-359.
- LIZARRALDE, I.; 2008. *Dinámica de rodales y competencia en las masas de pino silvestre (Pinus sylvestris L.) y pino negral (Pinus pinaster Ait.) de los Sistemas Central e Ibérico Meridional*. Tesis Doctoral. Departamento de Producción Vegetal y Recursos Forestales. Palencia, Universidad de Valladolid. Palencia.
- LIZARRALDE, I.; ORDÓÑEZ, A.C.; BRAVO-OVIEDO, A. Y BRAVO, F.; 2010. *IBERO<sup>PT</sup>: Modelo de dinámica de rodales de Pinus pinaster Ait. en el Sistema Ibérico Meridional*. Palencia.
- MADRIGAL, G.; GORDO, J.; MONTERO, G. Y CALAMA, R.; 2009. PINEA2 v1.0: aplicación informática para la gestión de las masas regulares de Pinus pinea L. en la Meseta Norte. Caso de estudio. *En*: S.E.C.F.-Junta de Castilla y León (eds.), *Actas del 5º Congreso Forestal Español 5CFE01-236*: 2-9. Sociedad Española de Ciencias Forestales. Pontevedra.
- MOREIRA, A.M. & FONSECA, T.F.; 2002. Tabela de produção para o pinhal do Vale do Tâmega. *Silva Lusitana* 10(1): 63-71.
- NUÑEZ, M.R.; BRAVO, F. & CALVO, L.; 2003. Predicting the probability of seed germination in Pinus sylvestris L. and four competitor shrub species after fire. *Ann. For. Sci.* 60(1): 75-81.
- PALAHÍ, M. & GRAU, J.M.; 2003. Preliminary site index model and individual-tree growth and mortality models for black pine (Pinus nigra Arn.) in Catalonia (Spain). *Inv. Agraria; Sist. Rec. For.* 12(1): 137-148.
- PANDO, V. Y SAN MARTÍN, R.; 2004. Regresión logística multinomial. *Cuad. Soc. Esp. Cienc. For.* 18: 323-327.
- UGALDE, L.; 1988. MIRA: Un sistema de manejo de información sobre recursos arbóreos. *Actividades en Turrialba* 16(2-3): 1-4.
- VANCLAY, J.K.; 1998. TROPIS: Tree growth and permanent plot information system. *J. Forest Plann.* 4: 1-5.