

DISEÑO DE SITUACIONES HIPOTÉTICAS DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE PARA ESTUDIAR EL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO DEL PROFESOR DE ESTADÍSTICA

Pinto, J.E. (1), González, M.T. (2)

Universidad Autónoma de Yucatán (1), Universidad de Salamanca (2)

Resumen

Se propone una forma de analizar el conocimiento didáctico del contenido (CDC) del profesor de Estadística a través del diseño de situaciones hipotéticas de enseñanza – aprendizaje. Las situaciones hipotéticas se construyeron a partir de un sistema de dimensiones e indicadores del CDC y de la definición de los objetivos de aprendizaje de la representación gráfica al nivel de pensamiento estadístico. Se describe el proceso para su diseño.

Abstract

We propose a way for the analysis of Statistics teachers' pedagogical content knowledge (PCK) using hypothetical situations of teaching and learning. These situations were made taking into account a system of dimensions and indicators of PCK and from the definition of the learning goals of the graphic representation at the level of statistical thinking. We describe the process to get the design of these situations.

Palabras clave: conocimiento didáctico del contenido, conocimiento de las representaciones instruccionales, representación gráfica, situaciones hipotéticas de enseñanza – aprendizaje.

Key Words: pedagogical content knowledge, knowledge of instructional representations, graphic representation, hypothetical situations teaching-learning

Introducción

El estudio sobre la comprensión y significado del CDC, tanto en su aspecto conceptual como en el metodológico, tiene como objeto comprender cómo los profesores “conocen” el contenido matemático que enseñan, el rol del tipo de representaciones y las interrelaciones entre el conocimiento del profesor de matemáticas y la comprensión de las concepciones de sus estudiantes, es decir, cuál es la naturaleza del conocimiento matemático para la enseñanza (Llinares y Krainer, 2006). Su complejidad, no sólo se refleja en sus componentes y en la concepción que diferentes autores le han otorgado, sino también en los aspectos metodológicos utilizados para su estudio.

Los diferentes estudios hechos en educación matemática permiten identificar algunas tendencias claras acerca de los diferentes aspectos metodológicos relacionados con el CDC que muestran que se trata fundamentalmente de estudios cualitativos, generalmente estudios de casos, en los que los instrumentos de recogida habituales de datos son: cuestionarios casos, entrevistas y diversos materiales elaborados por el profesor (Pinto y González, 2006). Esta comunicación propone una forma de analizar el CDC del profesor de Estadística en torno a la representación gráfica, a través del diseño de situaciones hipotéticas de enseñanza – aprendizaje.

Estas situaciones se construyeron a partir de un *Sistema de Dimensiones e Indicadores* (SDI) del CDC y de la definición de los objetivos de aprendizaje de la representación gráfica al nivel de pensamiento estadístico. A partir de una revisión conceptual y metodológica de las investigaciones del CDC en educación matemática y estadística y de un análisis del contenido utilizando una aproximación empírica, inductivo – deductiva, se determinó un *Sistema de Dimensiones e Indicadores* (SDI) del CDC correspondientes a tres categorías: el conocimiento del contenido de la disciplina a enseñar, el conocimiento de estrategias y representaciones instruccionales y el conocimiento del estudiante (Pinto y González, 2006). En cuanto a los objetivos de aprendizaje de la representación gráfica al nivel de pensamiento estadístico, se consideraron cinco grupos:

1. formular y resolver problemas que impliquen recogida y análisis de datos en un contexto apropiado y real,
2. evaluar argumentos que estén basados en el análisis de las representaciones gráficas,
3. identificar errores conceptuales y procedimentales en la selección, construcción, interpretación y escritura de representaciones gráficas,
4. asimilar y extraer inferencias a partir de diagramas o gráficas que recojan datos de situaciones del mundo real o de la investigación científica, y

5. comunicar los resultados de una investigación a partir de la selección, diseño, interpretación y escritura apropiada de y sobre los gráficos.

Cada grupo contenía un conjunto de objetivos específicos que desglosaban los conocimientos y habilidades que cada estudiante debe aprender.

Situaciones hipotéticas de enseñanza – aprendizaje

Esta comunicación presenta el diseño de situaciones hipotéticas de enseñanza–aprendizaje para estudiar el conocimiento de las representaciones instruccionales de los profesores y su conocimiento del estudiante. Para su elaboración asumimos que son una herramienta que nos permite mostrar de forma narrativa y metafórica lo que el profesor normalmente dice y hace para que los estudiantes aprendan un concepto matemático (Llinares, 2000). Se construyó un Cuestionario Didáctico sobre Representación Gráfica formado por situaciones hipotéticas de enseñanza–aprendizaje de la RG cuya estructura fue: (i) la descripción de una situación de enseñanza y aprendizaje sobre un aspecto específico de la representación gráfica (RG), (ii) la respuesta hipotética de un estudiante a algunos problemas relativos al contenido de la RG y (iii) preguntas para el profesor.

La intención no era que los profesores resolvieran los problemas, sino que dichos casos sirvieran como contexto a partir del que reflexionar acerca de la Estadística. Se trataba de que el profesor comentara aspectos relacionados con la didáctica del contenido, las dificultades específicas de cada problema, la forma de responder y situarse frente a las preguntas de los estudiantes y la forma como se enfrenta y resuelve los problemas que surgen en la enseñanza de la Estadística y la RG.

El procedimiento de construcción del cuestionario se realizó en cuatro etapas que se describen a continuación:

Etapas 1. Preguntas orientadoras para explorar el CDC.

La revisión de la literatura sobre el CDC de educación matemática permitió identificar un conjunto de preguntas que diversos investigadores han utilizado para estudiar al profesor en relación con alguna de las categorías, dimensiones e indicadores del CDC. Las preguntas fueron organizadas por categorías del CDC y clasificadas según el SDI señalando si la pregunta se encontró en un cuestionario (Cu) o en un guión de entrevista (E). A continuación se presentan dos ejemplos del tipo de preguntas identificadas:

Instrumento	Dimensión [indicador]	Preguntas / procedimiento	Clasificación según SDI del CDC
Cu	Currículo [materiales]	¿Qué preguntas o tareas usted solicitaría a Adam para determinar lo que comprende?	B-III-2f
Cu	Cono Proc Cog [pre y concep] Estrategias [específicas]	Uno de los estudiantes dijo, “la moda es perro, la media pato y el rango es 1 a 7” Si piensa que el estudiante está en lo correcto, explique por qué. Si está equivocado, identifique los errores	C-I-3,4 C-III-2

Ambas preguntas fueron tomadas de un cuestionario (Cu); la primera se incluyó en el componente del conocimiento de las estrategias y representaciones instruccionales (B), en la dimensión de Currículo (III), y el indicador referido a los materiales (2f), según el SDI del CDC (Pinto y González, 2006). Es una pregunta que trata de explorar qué conocimiento tiene el profesor sobre los materiales curriculares. La segunda pregunta se agrupó en el componente del conocimiento del estudiante (C), en dos dimensiones, tanto en la de conocimiento del proceso cognitivo del estudiante (I), en los indicadores referidos al conocimiento de las creencias y concepciones que tiene del estudiante (3 y 4); como de las estrategias específicas (III) para corregir alguna concepción inadecuada del concepto (2).

Etapa 2. Cuestionario diagnóstico sobre representación gráfica.

Merseth (1994) sugiere que el diseño de una situación de enseñanza-aprendizaje debe estar basado en situaciones reales para permitir que los profesores exploren, analicen y examinen representaciones lo más cercanas al salón de clase real. Ese fue el propósito al diseñar el cuestionario diagnóstico: obtener información sobre las concepciones, dificultades y errores de los estudiantes sobre el tema de la RG.

El cuestionario fue diseñado a partir de la revisión de las investigaciones realizadas sobre la RG, valorándose cerca de 66 ítems clasificados en función del autor, finalidad, contexto y nivel cognitivo. Además se tuvieron en cuenta los objetivos que se plantean en torno a la RG en el nivel de pensamiento estadístico. En todos los ejercicios se utilizaron situaciones que hicieran referencia a un contexto familiar para el estudiante de Psicología y de Educación. Se pretendía explorar la habilidad del estudiante para seleccionar el gráfico representativo de los datos dentro

del contexto de un problema de investigación; interpretar los gráficos dentro de un contexto real; criticar y evaluar gráficos; identificar y analizar errores conceptuales al seleccionar, construir, interpretar y escribir gráficos; tomar decisiones a partir de la interpretación de gráficos; y redactar interpretaciones y discusiones sobre un problema de investigación que incluía un gráfico.

El cuestionario, incluía ocho ejercicios con diversos gráficos estadísticos (dos gráficos de tallo y hoja, uno de caja, un histograma, uno de barras, dos gráficos de puntos y un gráfico lineal) en donde, a través de diversas preguntas, el estudiante tenía que poner en juego sus habilidades en diferentes niveles cognitivos de la RG. En total fueron 27 preguntas, clasificadas por niveles cognitivos, de las cuales el 18% exploró la alfabetización estadística, el 25% exploró el razonamiento estadístico y un 57% de las preguntas exploró el pensamiento estadístico acerca de la RG en estadística.

El cuestionario se administró a dos muestras de estudiantes: en mayo de 2005, a 57 estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Salamanca (España) que estaban cursando la diplomatura de educación social; y luego, en septiembre de 2005, a 49 estudiantes de Psicología y Educación de la Universidad del Sureste (México).

Etapas 3. Análisis del cuestionario diagnóstico.

El propósito central del análisis de las respuestas de los alumnos era identificar, recoger y analizar frases u oraciones textuales de los estudiantes que reflejaran errores conceptuales, concepciones equivocadas o dificultades en torno a la RG. Además, permitió valorar qué tipos de gráficos conocen, el grado de familiarización con el contexto de cada ejercicio y en qué preguntas hubo un mayor número de respuestas.

Etapas 4. Versión definitiva del cuestionario didáctico sobre representación gráfica.

Para la definición de cada uno de las situaciones hubo que contemplar tanto el tipo de preguntas a partir del SDI del CDC como ciertos aspectos relevantes de la RG a nivel de pensamiento estadístico. Las preguntas se agrupan básicamente en dos de los componentes del CDC: el conocimiento de las estrategias y representaciones instruccionales¹, por ejemplo:

¹ Los códigos 1a, 1b que aparecen al principio de cada pregunta indican que corresponden a la *Situación 1* y el inciso representa el orden que ocupa dentro de las secuencia de preguntas asociadas a esa situación (a, b, etc.).

1a. ¿Cómo ayudaría usted al estudiante a comprender el procedimiento para discriminar entre los gráficos anteriores?

O el conocimiento de los procesos de aprendizaje del estudiante, por ejemplo:

1b. Exprese las concepciones previas (ej. conceptos, creencias, reglas, significados) y las dificultades de aprendizaje que espera encontrar en sus estudiantes en discriminar entre un gráfico y otro.

Se trató primero de analizar qué aspectos de la RG y del conocimiento del profesor se querían explorar, y segundo, qué tipos de gráficos nos permitirían estudiar ese conocimiento. En cuanto a lo primero, se utilizaron tanto los resultados obtenidos por los estudiantes en el diagnóstico previo sobre la RG, como la revisión del programa de los cursos de Estadística de Psicología y Educación. De este modo, nos centramos en el estudio de la RG cuando el estudiante pone en juego habilidades para:

- identificar errores conceptuales (93%),
- formular y resolver problemas en la selección del gráfico (71%),
- criticar y evaluar gráficos (57%),
- evaluar la selección del gráfico (43%),
- formular y resolver problemas en la escritura del gráfico (36%),
- formular y resolver problemas en la interpretación del gráfico (21%),
- comunicar los resultados (21%), y
- asimilar y extraer inferencias a partir de diagramas o gráficos (14%).

En la mayoría, si no en todas, las situaciones eran diferentes de las utilizadas por el profesor en sus clases, y tampoco aparecían en los libros de textos de Estadística. Por tanto, el profesor tenía que enfrentarse a situaciones que se correspondían con algunos dominios cognitivos del nivel de pensamiento estadístico, y no sólo a aspectos relativos a la construcción e interpretación de gráficos tradicionales, al nivel de alfabetización o de leer datos y leer entre datos.

Un segundo aspecto a decidir fueron los tipos de gráficos a utilizar, que fueron el gráfico de tallo y hoja, el de barras, un histograma y un media graph.

Otro de los puntos críticos al que nos enfrentamos fue el relativo a la elección y/o redacción de la situación-problema de cada caso. Aunque principalmente utilizamos algunas de las respuestas literales dadas por los estudiantes en el cuestionario diagnóstico queríamos además plantear situaciones reales y familiares para los estudiantes de Psicología y Educación que impliquen: (i) estudiar el gráfico para

conocer la naturaleza de los datos a partir de un análisis exploratorio de los mismos (Exploratory Data Analysis, EDA); y (ii) relacionar el contexto con los elementos del gráfico y los procesos de pensamiento del estudiante (Monteiro y Ainley, 2006), así como aprender algo nuevo acerca del contexto que representa el gráfico, obtener nueva información o aprender a partir de los datos (Pfannkuch, 2006).

Descripción de una de las situaciones

El cuestionario consistió en cuatro situaciones con un total de 14 preguntas de respuesta abierta. La mitad de las preguntas estuvieron orientadas hacia el conocimiento que tiene el profesor de las creencias y concepciones del estudiante sobre la RG, y un gran porcentaje sobre el conocimiento que tiene de los errores y las estrategias específicas para corregirlas (43%). En menor porcentaje están las preguntas que exploran el conocimiento del profesor sobre las estrategias y las representaciones instruccionales de la RG (29%). A continuación, y por razones de extensión, sólo se describe una de las cuatro situaciones.

La **Situación 1** se adaptó a partir de un ejercicio de Sorto (2004) y diseña una situación idéntica a la nuestra salvo que sus preguntas están dirigidas al contenido. Se trató de una situación de clase, en donde una profesora solicita elaborar y elegir la mejor forma de representación. Los alumnos eligen el gráfico de Tallo y Hoja (TyH) y a partir de ahí se generan preguntas relacionadas con la elección, crítica y evaluación del gráfico.

En nuestro caso, además, se incluyó un histograma que representa los mismos datos para preguntar a los profesores sobre la forma de ayudar al estudiante a discriminar entre ambos gráficos, las concepciones y errores que tendrían, así como una valoración de algunas respuestas del estudiante y cómo corregiría esos errores.

Las dificultades presentadas en la interpretación del gráfico de TyH por parte de los alumnos en el cuestionario diagnóstico, en discernir entre un gráfico y otro, así como los argumentos que usaron para decidir que el histograma era una mejor representación que el gráfico de TyH son tres aspectos que motivaron el uso de este caso. A través de las preguntas se explora el CDC del profesor sobre la selección y evaluación de gráficos y aspectos tanto de las estrategias y representaciones instruccionales específicas como aquellas de diagnóstico de las concepciones de los alumnos y apoyo para superar sus errores.

Para validar cada Situación con los objetivos de investigación, se construyeron tablas de consistencia interna, como se muestra en la Tabla 1, donde se estableció la correspondencia de cada inciso con el SDI del CDC y los objetivos de aprendizaje de la RG al nivel de pensamiento estadístico. Asimismo, se incluyeron los autores de donde se obtuvo el diseño de cada ítem.

Gráfico / Pregunta	Pregunta tomada de ...	Clasificación según el SDI del CDC	Objetivo de aprendizaje al niveles de Pensamiento Estadístico
Tallo y Hoja e Histograma 1a	---	B-III-2 B-V C-I-3,4,5 C-III-2	Selección de gráficos dentro del contexto de un problema de investigación.
1b	Van, De Jong y Verloop (2002)	C-I-3,4,5 C-II-1,2	
1c-i	An, Kulm y Wu (2004), Llinares (1996), Moreno y Azcárate (2003)	C-I-3,4	Criticar y evaluar gráficos
1c-ii	Even (1993), Llinares (1996), Even y Tirosh (1995), Sánchez y Llinares (2002), Moreno y Azcárate (2003)	C-I-5 C-III-2	Evaluar la selección de un gráfico Análisis de errores conceptuales

TABLA 1. DISTRIBUCIÓN DE LAS PREGUNTAS DE LA SITUACIÓN 1 POR SDI DEL CDC Y OBJETIVOS DE APRENDIZAJE AL NIVEL DE PENSAMIENTO ESTADÍSTICO DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA

En la Figura 1 se observa los ítems de la Situación 1. Todas las preguntas estuvieron encaminadas a explorar el conocimiento que tiene el profesor del proceso de aprendizaje del alumno. Sólo el ítem 1a trata acerca del conocimiento del profesor sobre el currículo de la RG y las estrategias que utiliza en el proceso de enseñanza con los estudiantes. Por otro lado, se exploró el conocimiento que tiene sobre los criterios de selección de gráficos que manejan los estudiantes para un problema específico, los argumentos que utilizan para criticar y evaluar los gráficos, así como la forma en que evalúa y analiza los errores conceptuales del estudiante al seleccionar un gráfico.

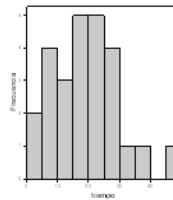
Situación 1

En un curso introductorio de estadística, a los alumnos de psicología se les solicitó que representaran a través de un gráfico de Tallo y Hoja e Histograma, el número de minutos que les lleva viajar de su casa a la escuela. Los datos del tiempo (en minutos) que tardan en llegar a la escuela fueron:

3	25	16	18	45	13	7	35	23	23	30	28	15
20	12	3	5	23	21	16	25	28	8	9	19	10

Los estudiantes, hicieron los dos gráficos, como se muestra a continuación.

0	3	3	5	7	8	9			
1	0	2	3	5	6	6	8	9	
2	0	1	3	3	3	5	5	8	8
3	0	5							
4	5								



Sin embargo, al preguntarles el profesor sobre ¿qué gráfico es el que representa mejor los datos?, la mayoría contestó: “Me cuesta trabajo discernir entre un gráfico y otro, diferenciar qué gráfico es el más adecuado para cada situación”.

- ¿Cómo ayudaría usted al estudiante a comprender el procedimiento para discriminar entre los gráficos anteriores?
- Expresar las concepciones previas (ej. conceptos, creencias, reglas, significados) y las dificultades de aprendizaje que espera encontrar en sus estudiantes en discriminar entre un gráfico y otro.
- Suponga que un estudiante se decide por el gráfico de Histograma y argumenta “Porque es fácil de comprender, a golpe de vista los datos se visualizan, entienden mejor. Impacta más visualmente y obtienes una conclusión más rápidamente”.
 - En su opinión ¿por qué el estudiante da esta explicación?
 - ¿Qué haría para ayudar al estudiante a ver sus errores e inducirlo a aprender a discernir entre un gráfico entre Tallo y Hoja y de Histograma?

FIGURA 1. EJEMPLO DE LA SITUACIÓN 1 DEL CUESTIONARIO DIDÁCTICO SOBRE REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Este procedimiento de construcción se desarrolló para cada una de las siguientes situaciones hipotéticas de enseñanza - aprendizaje:

Situación 2: Se presenta la respuesta de un estudiante a una actividad relativa a la definición de una variable y su relación con un tipo de gráfico. Al profesor se le preguntó acerca del conocimiento y razonamiento que manifestó un estudiante así cómo acerca de las concepciones inadecuadas o errores conceptuales que identificaba. Se utilizó un gráfico barras y se centró en el conocimiento del profesor sobre los procesos de aprendizaje de los alumnos.

Situación 3: A partir de un histograma se presenta un segmento de una investigación social, donde el alumno tenía que interpretar, describir y evaluar el gráfico. Se utilizó un histograma tomado de Sorto (2004) relativo a la alfabetización de la mujer adulta para el que los profesores tenían por un lado que juzgar si las respuestas dadas por algunos estudiantes a algunas cuestiones habían sido correctas o no, así como dar una explicación del proceso de pensamiento que éstos siguieron para llegar a esas respuestas.

Situación 4: Se presenta un media graph que pone en juego la habilidad del estudiante para criticarlo y evaluarlo. Se solicitó al profesor que describiera qué estrategia utilizaría con sus alumnos para ayudarles a criticar y evaluar el gráfico, y suponiendo que utilizara esta actividad con sus alumnos, qué interpretaciones piensa que le darían y cuáles serían correctas.

Conclusión

Las características del CDC, su desarrollo y mayor reconocimiento en las diferentes áreas o disciplinas científicas han generado un incremento de la investigación desde la perspectiva didáctica del profesor, teniendo como primer propósito comprender su naturaleza conceptual y posteriormente conocer cómo medir o evaluar el CDC del profesor. Esto último ha representado un desafío para los investigadores, dado que la cognición del profesor, como lo es el CDC, no puede ser observado directamente, ya que por definición, el CDC es particularmente un constructo interno (Baxter y Lederman, 1999) constituido por lo que los profesores conocen, lo que los profesores hacen y las razones por las que los profesores actúan. Por ello, el uso de las situaciones hipotéticas de enseñanza-aprendizaje son una alternativa para acercarse a su estudio.

Es preciso resaltar que la construcción de cada situación hipotética de enseñanza-aprendizaje se basó en un SDI del CDC, que por su naturaleza y procedimiento de definición, junto con el marco de referencia de la enseñanza de la representación gráfica a nivel de pensamiento estadístico, generó un cuestionario con un conjunto de preguntas orientadores específicas, las cuales pueden ser diferentes al tratarse de otro tópico matemático y de otros objetivos de la investigación.

Los resultados de nuestra investigación señalan que las situaciones-hipotéticas sirvieron para hacer reflexionar a los profesores sobre su propia práctica y ayudarles a ver otros aspectos que no se contemplan habitualmente en la enseñanza, por lo que se sugiere su uso como instrumento para que el profesor reflexione sobre sus conocimientos y práctica docente en la enseñanza del tema. Asimismo, las situaciones hipotéticas pueden utilizarse como actividades de aprendizaje con los estudiantes de Estadística. El diseño de situaciones de este tipo para la formación de los profesores permitirá hacerles reflexionar sobre los errores de los alumnos y con ello aprender y conocer el proceso cognitivo de aprendizaje que tienen.

Referencias

- An, S., Kulm, G. y Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145-172.
- Baxter, J. y Lederman, N. (1999). Assessment and measurement of pedagogical content knowledge. En Gess-Newsome, J. y Lederman, N. G. (Eds.), *Examining Pedagogical Content Knowledge: the construct and its implications for science education* (pp.147-161). Dordrecht: Kluwer.
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94-116.
- Even, R. y Tirosh, D. (1995). Subject-matter knowledge and knowledge about students a sources of teacher presentations of the subject-matter. *Educational Studies in Mathematics*, 29(1), 1-20.
- Llinares, S. (1996). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función. En J. Ponte y et al. (Eds.), *Desenvolvimiento profesional de los profesores de matemáticas en formación* (pp. 47- 82). Lisboa: Sociedad Portuguesa de Ciencias de la Educación.
- Llinares, S. (2000). Secondary school mathematics teacher's professional knowledge: A case from the teaching of the concept of function. *Teachers and Teaching: theory and practice*, 6(1), 41-62.
- Llinares, S. y Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teacher and teacher educators as learners. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp.429-459). Rotterdam: Sense Publishers.
- Merseth, K. K. (1994). *Cases, Case Methods, and the Professional Development of Educators*. Washington DC, EE. UU.: Clearinghouse on Teaching and Teacher Education (No. de servicio de reproducción de documentos ERIC ED 401 272)
- Monteiro, C. y Ainley, J. (2006). Student teachers interpreting media graph. En A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brasil: International Statistical Institute e International Association for Statistical Education. Recuperado el 14-4-09, de <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>
- Moreno, M. y Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los procesos universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(2), 265-280.

- Pfannkuch, M. (2006). Comparing box plot distributions: A teacher's reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 27-45. Recuperado el 14-11-07, de [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ5\(2\)_Pfannkuch.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ5(2)_Pfannkuch.pdf)
- Pinto, J. y González, M.T. (2006). Sobre la naturaleza conceptual y metodológica del conocimiento del contenido pedagógico en matemáticas. Una aproximación para su estudio. En P. Bolea, et al. (Eds.) *del X Simposio de la SEIEM* (pp. 237-255). Huesca: Universidad de Huesca.
- Sánchez, V. y Llinares, S. (2002). Imágenes sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje en estudiantes para profesores de secundaria y tareas matemáticas escolares. *Revista de Educación*, 329, 443-461.
- Sorto, M. A. (2004). *Prospective middle school teachers' knowledge about data analysis and its application to teaching*. Disertación Doctoral no publicada, Universidad del Estado de Michigan.
- Van Driel, J., De Jong, O. y Verloop, N. (2002). The development of preservice Chemistry Teachers' Pedagogical Content Knowledge. *Science Teacher Education*, 86, 572-590.