

APLICACIÓN DE UN MODELO ELABORADO PARA CATEGORIZAR LA GEOMETRÍA DE LOS SÓLIDOS EN LA ESO A LIBROS DE TEXTO DE TRES EDITORIALES

García, M. A. (1), **Guillén, G.** (2)

Colegio Santa Ana, Algemesí (1); Universidad de Valencia (2)

Resumen

En este trabajo aplicamos el modelo que hemos elaborado para categorizar la geometría de los sólidos en la Educación Secundaria Obligatoria a libros de texto de tres editoriales. Centrando la atención en el análisis de las actividades, ejercicios numerados, hemos realizado un estudio conjunto y comparado de las propuestas que hacen estas editoriales en los temas correspondientes a los sólidos para desarrollar los currículos de la LOGSE y la LOE. Los criterios elaborados en una fase previa se han aplicado a las actividades. Cruces de datos han proporcionado tablas de frecuencia que han conducido a las observaciones que presentamos. De ellas se desprende que el modelo elaborado se ha mostrado muy eficiente para caracterizar la actividad matemática que se puede desarrollar desde el estudio de los sólidos a partir de los libros de texto examinados.

Abstract

In this paper we apply the model that we have developed to categorize the solid's geometry content in General Certificate of Secondary Education that is in the textbooks published by three publishers. Focusing the attention in the analysis of the activities, numbered exercises, we have done a joint and comparative study of the proposals that these publishers do in the corresponding subjects to the solids to develop LOGSE and LOE curriculum. Elaborate criteria, obtained from the previous stage, has been applied to the activities. The crossing in the data among the different criteria provided us with frequency tables that led us to the observations that we show in this study. From these we concluded that the elaborate model has been very efficient to characterize mathematic activity that has to be developed from solids study from textbook analysed.

Palabras clave: libros de texto, geometría de los sólidos, criterios para el análisis de actividades, procesos matemáticos.

Key words: booktexts, solids' geometry, analisis' criteria for activities, mathematical processes.

Presentación

Como han destacado diferentes autores, el libro de texto es el material más utilizado en las aulas y al que los profesores otorgan gran importancia. Gómez (2001) señala que estos ayudan a reconstruir los conceptos, contextualizarlos y preguntarse sobre las distintas formas de argumentación. Centrándonos en la geometría de los sólidos, Pérez y Guillén (2007) concluyen que esta materia se trabaja muy poco en las clases de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) en la Comunidad Valenciana. Resulta por tanto importante analizar los libros de texto que tienen más impacto en esta Comunidad, centrando la atención en esta materia.

El trabajo que presentamos en este informe forma parte de un trabajo más amplio en el que se ha elaborado un modelo para categorizar el contenido de la geometría de los sólidos en libros de texto propuestos para la ESO (García, 2009). Se elaboraron los criterios para guiar el análisis y se aplicaron a las actividades¹ incluidas en los temas de los sólidos de los libros de texto de 3 editoriales, propuestos para desarrollar la LOGSE y la LOE en la Comunidad Valenciana. Se pretendía, por un lado, perfeccionar los criterios de análisis, en un intento de elaborar un modelo válido para cualquier libro de texto. Por otro, obtener información sobre: **i) Contextos** en los que se contemplan los sólidos para desarrollar actividad matemática; **ii) Competencias** específicas que se favorecen con el desarrollo de las actividades que se proponen asociadas a: ii.1) *los procesos matemáticos* de describir, clasificar, generalizar y particularizar y al establecimiento de relaciones entre contenidos geométricos. ii.2) *la medición*; **iii) Contenidos** curriculares que se tratan; **iv)** Enfoques que se utilizan para el estudio de contenidos geométricos curriculares y recursos que se proponen para su enseñanza y aprendizaje; **v) La “manera de comunicar”** al tratar la geometría de los sólidos; **vi) La transferencia** de resultados obtenidos en investigaciones que se ven reflejadas en los textos.

También pretendíamos obtener información sobre: **vii) Cómo se desarrolla** la geometría de los sólidos a lo largo de la ESO comparando según las editoriales y según los planes de estudio; **viii) Parecidos y diferencias** entre los **currículos** propuestos para el desarrollo de la LOGSE y la LOE en la Comunidad Valenciana; **ix) Relaciones** entre los **textos** examinados y los currículos que desarrollan.

El trabajo se sitúa en la línea de investigación del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universitat de Valencia acerca de la enseñanza/aprendizaje de los procesos matemáticos. Se desarrolla desde las diferentes familias de sólidos. En Guillén, González, García (2009) hemos descrito el proceso de elaboración de los criterios de análisis y hemos adelantado observaciones en torno a los cuerpos de

¹ Llamamos *actividad* cada uno de los ejercicios numerados de los temas. Las *tareas* son los apartados de éstas.

revolución, comparando la actividad que se contempla para la enseñanza primaria y ESO. En este informe nos centraremos en los prismas, pirámides y poliedros regulares restringiendo el estudio a los objetivos **i), ii), iii), v) y vii)**.

Revisión bibliográfica. Marco de referencia

De nuevo nos referimos a los trabajos sobre los procesos matemáticos en el ámbito de la geometría de los sólidos, mencionados en otros trabajos. De ellos heredamos nuestra concepción de la geometría y su enseñanza (p. e. Guillen, 2004, 2005). Características que se enfatizan en estas investigaciones que hemos tenido en cuenta para la organización de los datos son: i) Al hablar de los distintos procesos matemáticos se puede centrar la atención en las características que estas acciones tienen como componentes de la práctica matemática o en estos procesos matemáticos como contenidos matemáticos curriculares; ii) Los contenidos curriculares se reagrupan como conceptos, procesos matemáticos, relaciones entre contenidos geométricos y resolución de problemas; iii) Existen diferentes aproximaciones para los conceptos geométricos y diferentes enfoques para la enseñanza de la geometría; iv) En la enseñanza/ aprendizaje de la geometría los contextos ocupan un lugar importante y por eso se trabaja desde las distintas familias de sólidos y los diferentes procedimientos para generar representaciones; v) los sólidos constituyen un contexto muy rico pues hay una gran variedad de actividad matemática que se puede desarrollar a partir de ellos.

Trabajos relacionados con la medición del área y/o el volumen (p.e. Corberán, 1996, Del Olmo et al, 1989) han sido también referentes importantes para interpretar los datos obtenidos relativos a la medición, así como el trabajo de Butts (1980) pues hemos tomado su clasificación de tipos de problemas para determinar los que figuran con más o menos presencia en los textos.

Asimismo, hemos considerado estudios que informan sobre la metodología para realizar este análisis o aportan información acerca del análisis de algún contenido concreto (P. e. Van Dormolen, 1986; Gómez, 2007, 2009; Sierra, Rico y Gómez, 1997; Monterrubio y Ortega, 2009).

Los criterios que aplicamos a las actividades los nombramos como: Actividad matemática asociada a un contenido curricular, *Contenidos geométricos, Situación-contexto y aproximación al contenido geométrico*, *Cómo se comunica el enunciado*, *Ideas erróneas-aproximaciones- sugerencias*. En la figura 1 se muestra cómo los denominamos de manera resumida.

Para cada uno de ellos se distinguen opciones (o variables) de 1º, 2º, 3º orden. Por ejemplo, como muestra la figura 1, para el primer criterio Actividad matemática distinguimos en primer lugar el contenido curricular al que se refiere. Ya situado en un tipo de contenido, por ejemplo, relativo a proceso matemático, se distinguen 4 opciones de 1º orden. Dentro de la opción de 1º orden *describir* se distinguen

otras opciones de 2º orden y así sucesivamente. Se actúa de la misma manera con el resto de criterios.

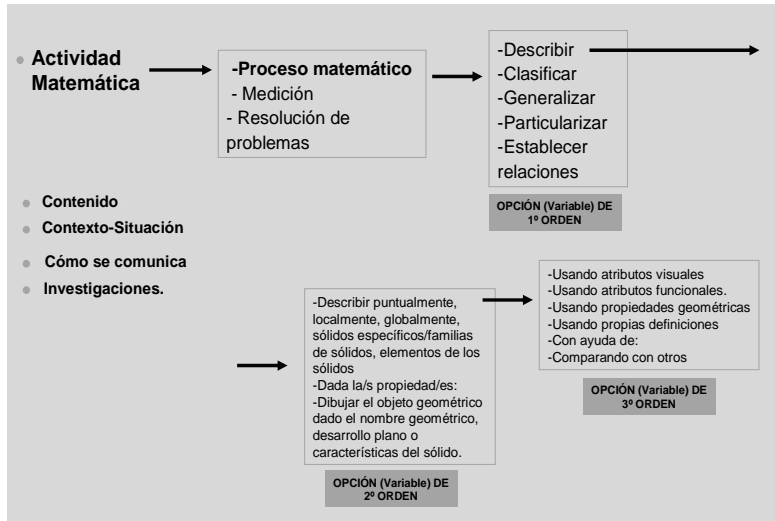


FIGURA 1: CRITERIOS Y OPCIONES DE 1º, 2º Y 3º ORDEN PARA EL CRITERIO ACTIVIDAD MATEMÁTICA ASOCIADA A PROCESO MATEMÁTICO

La tabla 1 muestra el resumen de los criterios con las opciones de primer orden

Contexto-Situación	Actividad matemática	Contenido	Cómo se comunica	Tipo de problema	Medición
Situaciones cotidianas	Describir	Objeto geométrico	Sobre el nombre de las formas	Reconocimiento	Estimación
Colección de sólidos o familias de sólidos	Clasificar (nombrar, identificar)	Elementos del objeto geométrico	La representación	Algorítmico	Romper y rehacer
Colección de objetos del entorno	Particularizar	Propiedades específicas del objeto geométrico	La posición	De aplicación	Procedimiento de llenado
Construcción con diversos procedimientos	Generalizar	Clasificaciones específicas	Uso del color	Búsqueda abierta	Empaquetar
Representaciones y figuras planas	Establecer relaciones	Definiciones específicas del objeto	Sistemas de signos	Situaciones reales	Inmersión
Mensajes escritos			Introducción de fórmulas o unidades de medida		Contando cubos
			Verbos asociados a las instrucciones		Conservación del volumen
			Registro de la respuesta		Probl. de multiplic/división/ tipo proporcional

TABLA 1: DIFERENTES CRITERIOS Y SUS OPCIONES DE PRIMER ORDEN

Metodología

Gómez (2007, 2009) señala que el análisis de un libro de texto se puede realizar siguiendo 2 líneas principales: una es el análisis textual para describir, evaluar o caracterizar un/el contenido matemático en su dimensión curricular y metodológica y la otra es el análisis epistemológico para analizar cómo se han establecido las matemáticas, en diferentes momentos de la historia. Nuestro estudio corresponde a la primera línea.

Selección de Editoriales

La selección de los libros de texto se hizo mediante muestreo estratificado de una lista proporcionada por la Consellería de Educación y Ciencia de la Comunidad Valenciana; se contactó con 76 colegios de las tres provincias. Las editoriales de mayor uso fueron Santillana, Anaya y SM², que han constituido nuestro ámbito de análisis al suponer que son los textos que más profesores toman como referente para desarrollar sus clases. El cambio producido en 2006 y el objetivo vii) explican que examinemos libros propuestos para desarrollar los dos planes de estudio: la LOGSE y la LOE. En este estudio exploratorio comenzamos examinando los textos de los cursos 1º, 2º y 3º de la ESO.

Recogida y análisis de datos

A cada tarea y/o actividad se le asignó un código que reflejaba la editorial, curso y plan, así como el número de orden de análisis de la actividad y/o tarea correspondiente. Por ejemplo, la actividad S3L18804a significa que corresponde a la editorial Santillana, libro de texto de 3º del plan LOGSE, que está en la página 188 y corresponde a la actividad 4, tarea a. Codificamos las opciones de los criterios y cada tarea le asignamos los códigos correspondientes a las opciones de los criterios reflejadas en esa actividad. Lo hicimos en diferentes columnas encabezadas con los criterios considerados y apoyándonos en cuadros que mostraban los criterios con todas sus opciones. El anexo I muestra los códigos que hemos asignado a una actividad y el cuadro referente para uno de los criterios.

Un primer registro individual realizado por uno de nosotros se revisó en discusiones conjuntas de ambos autores de este trabajo. En total hemos codificado 2627 tareas.

La gran variedad de datos obtenidos relativos a los diferentes criterios se registraron en una base de datos. Para poder reorganizarlos, recurrimos de nuevo a las investigaciones en las que se apunta gran actividad matemática que se puede desarrollar a partir de cada familia de sólidos (Figura 2).

² En lo que sigue las nombraremos como S, A y M respectivamente

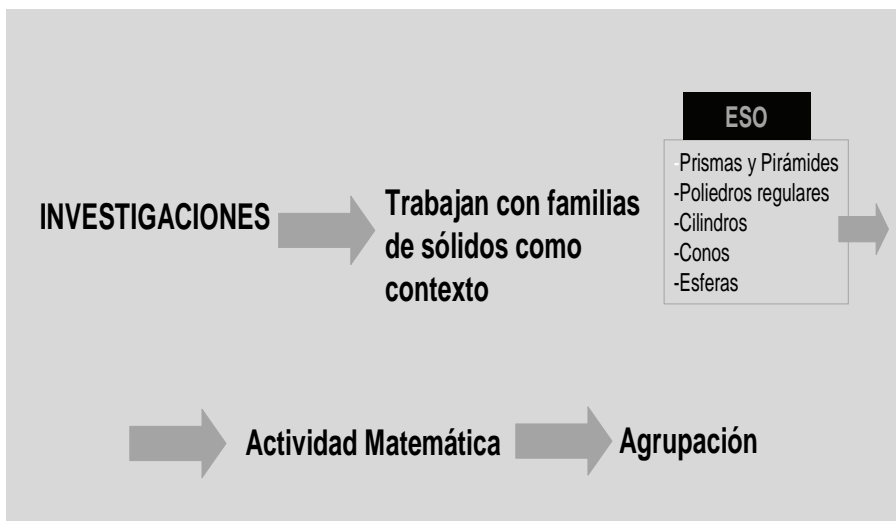


FIGURA 2: PARTE DEL RECORRIDO SEGUIDO PARA LA REORGANIZACIÓN DE LOS DATOS

De esta manera, a partir de las investigaciones determinamos una gran variedad de observaciones sobre actividad matemática que se puede realizar desde el estudio de los sólidos, asociada a contenidos geométricos, que no dependen de los datos obtenidos en nuestro análisis. Éstas las organizamos a su vez según el contexto y el tipo de actividad matemática que se puede desarrollar a partir de él, considerando también que este tipo de actividad se puede asociar a diferentes contenidos curriculares y puede corresponder a una introducción en el estudio o a un momento posterior. El anexo II muestra los 5 grupos que hemos establecido y cómo hemos nombrado las observaciones de cada grupo. También se indican las que hemos incluido en los grupos ii) y v).

A partir de ellas determinamos cruces de variables que considerábamos llevarían a resultados interesantes. Por ejemplo, una observación del grupo 4 (véase el anexo 2) “Se generaliza y/o particulariza el número de elementos de un ejemplo concreto de una familia de sólidos a un ejemplo general” sugiere un cruce de variables (criterios) entre la actividad matemática y el contenido. De esta manera, la base de datos nos proporciona tablas con datos sobre el número de tareas que proponen la particularización y/o la generalización al considerar las diferentes familias de sólidos (véase la tabla 2).

	Particularizar	Generalizar	Total
Prismas	10	1	11
Pirámides	5	0	5
Poliedros Regulares	70	0	70
Sólidos de revolución	0	0	0
Total	85	1	86

TABLA 2: N° DE TAREAS SOBRE PARTICULARIZAR Y/O GENERALIZAR

Los códigos del curso, la editorial y el plan junto con los cruces de variables (entre dos o tres criterios) aportaron gran cantidad de datos numéricos reagrupados en tablas que correspondían a determinadas frecuencias (n° de tareas que contemplan una determinada actividad matemática, un contenido, en una determinada editorial,...). A partir de estos datos realizamos observaciones relativas a los textos examinados. Las organizamos según el contenido implicado: contenidos geométricos, de medición y/o tipos de problemas. El cuadro 1 se refiere a las asociadas a contenidos geométricos. Puede notarse que éstas se distinguen según el contexto implicado y considerando a su vez cómo se introducen y/o comunican (grupo I), el tipo de actividad matemática que se puede desarrollar (grupo IV) o se realiza una comparación según el tipo de actividad y/o según las familias de sólidos implicadas (grupos II y III).

I. Familias de sólidos: Representaciones, posiciones, ejemplos y no ejemplos.
I.1 Los objetos del entorno ¿Presencia? ¿Ausencia?
I.2 ¿Cómo se comunican los sólidos?
I.3 ¿En qué posiciones?
I.4 ¿De qué manera se nombran los sólidos y/o las familias de sólidos?
I.5 ¿Qué ejemplos y no ejemplos se muestran?
II. Familias de sólidos: Comparando según tipo de actividad que se propone
III. Familias de sólidos: Comparando según tipo de familias de sólidos implicadas
IV. Familias de sólidos: Actividad específica relativa a contenidos geométricos
IV.1 Sobre describir
Comparando según los tipos de tareas
Comparando según los elementos de los sólidos, tipo de actividad y familias de sólidos
Sistemas de signos con los que se introducen y/o comunican los elementos
IV.2 Sobre clasificar
IV.3 Establecimiento de relaciones. Comparando según los tipos de relaciones
V. Procedimientos para generar sólidos: Actividad específica relativa a contenidos geométricos
V.1 La construcción a partir de desarrollos planos
V.2 Del espacio al plano truncando, proyectando. Del plano al espacio generando sólidos.

CUADRO I: GRUPOS Y SUBGRUPOS EN LOS QUE SE HAN AGRUPADO LAS OBSERVACIONES SOBRE LA ACTIVIDAD RELATIVA A PROCESOS MATEMÁTICOS

Reorganizadas las observaciones, tablas como la de la figura 3, que se refiere al grupo IV y al subgrupo IV.3, soportan los resultados que indicamos en el apartado siguiente.

	ANAYA						SANTILLANA						SM						Total
	LOGSE			LOE			LOGSE			LOE			LOGSE			LOE			
	1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°	
Rel. Num. entre elementos	0	9	3	0	6	4	2	8	5	8	9	13	0	10	25	2	9	10	128
Rel. Num. entre desarrollo plano y el sólido	0	10	5	0	7	0	0	0	0	1	0	0	0	6	0	2	5	0	36
Descripción sólidos	0	2	0	0	2	0	0	3	0	0	6	8	0	3	3	0	2	3	32
Proyección para	0	0	0	0	0	0	10	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
Sección de sólidos	9	0	3	8	0	3	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	31
Figura planas-sólido generado por rotación	0	5	2	5	3	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	2	0	20
Entre sólidos por el tamaño	0	1	0	0	1	6	0	6	1	0	9	4	0	2	6	0	2	6	44
Dualidad	0	0	3	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9
Total	9	27	16	13	19	19	12	25	6	17	24	25	0	23	34	5	20	19	313

FIGURA 3: TIPOS DE TAREAS ASOCIADAS AL ESTABLECIMIENTO DE RELACIONES

Resultados del análisis

Hemos obtenido una gran variedad de observaciones sobre los contextos en los que se presentan las tareas y la actividad que se puede desarrollar a partir de ellos. Dada la brevedad de este informe, sólo vamos a detallar parte de las que hemos incluido en los grupos del cuadro 1:

- Los sólidos aparecen como objetos del entorno en pocas tareas (199/2627)³. En ambos planes es 2º curso donde más se muestran (en la LOGSE: 51/102 y en la LOE: 45/97). M es la que los contempla en más tareas en la LOGSE (54/102) y S la que más los incluye en la LOE (36/97). Los sólidos se presentan también: vía el nombre (886/2627), nombrando la familia (141/2627), con representaciones (712/2627), generándolos (191/2627), inmersos en estructuras (96/2627), con mensajes o propiedades escritas (101/2627), en leyendas (165/2627) y en situaciones reales (135/2627).

³ Los datos que mostramos como proporciones están referidos al número total de tareas analizadas (2627) o al número de tareas que también cumplen restricciones. Por ejemplo, se habla del número de tareas asociadas a la descripción referidas al nº total y en relación con las asignadas a los procesos matemáticos. Otros códigos que utilizamos registran un número de tareas en un plan de estudios (p.e. 33/LOGSE) o en una editorial (p.e. 33/A).

- Apenas se propone la construcción y sólo en la LOGSE (4/A y 1/ M).
- La mayoría de los sólidos se siguen representando en posición estándar.
- A los poliedros regulares no se les presta la misma atención en las diferentes editoriales; tampoco en los diferentes planes. Para la LOGSE, las 180 tareas que se refieren a estas familias se distribuyen como 63/A, 78/S, 39/M. Para la LOE se proponen 133 tareas: 16/A, 90/S y 27/M. Sobresale S que los trata desde el primer curso y para los dos planes de estudio y M que se centra casi exclusivamente en el cubo (33/LOGSE y 15/LOE), poliedro regular que más se contempla en las tareas, seguido muy de lejos por el tetraedro (para la LOGSE, 27/180 y para la LOE, 21/133).
- Las tareas que más se proponen en ambos planes son de medición (1395/2627), seguidas por las relativas a procesos matemáticos (914/2627), establecimiento de relaciones (313/2627), construcción (5/2627).
- Segundo es el curso para el que todas las editoriales proponen más tareas asociadas a procesos matemáticos (423/914). Éstas se distribuyen en 156 para la LOGSE (44/A, 35/S, 77/M) y 267 para la LOE (65/A, 115/S, 87/M).

En primero, en relación con este tipo de tareas, la situación es diferente según la editorial, sobre todo en la LOGSE. Hay editoriales que no los incluyen (A) y otras que sólo los incluyen en un contexto de medición (M). Sólo S los trata en primer curso:

- Tanto en la LOGSE como en la LOE el proceso matemático para el que se proponen más tareas es la descripción (608/914, de las que son 237/LOGSE y 371/LOE) especialmente a partir del segundo curso.
- Los tipos de tareas que hemos asignado a la descripción corresponden a: Describir visualmente o según los elementos fundamentales (caras, vértices y aristas), considerando también ángulos, simetrías; determinar la posición relativa de rectas y planos; actividades adivinanza; juzgar propiedades y dibujar el sólido. Las más propuestas son dibujar el sólido o su desarrollo plano (249/608) y/o los elementos fundamentales del sólido (107/608).

En M en la LOGSE casi todas las tareas de descripción propuestas en tercer curso tienen que ver con dibujar (20/23). Este aspecto es corregido en la LOE (10/29), reduciendo en 3º las actividades de dibujar por las de identificar y juzgar. En esta editorial, en 3º, estas últimas aparecen en la LOGSE y LOE con las proporciones respecto de las tareas de descripción 1/23, 9/29.

La editorial S es la que propone más tareas asociadas a la descripción, en cada uno de los tres cursos y en ambos planes de estudio (para la LOGSE, 90/237 y para la LOE 182/371):

- En ambos planes la clasificación se trabaja de manera muy pobre en relación con otros procesos matemáticos (218/914). Sólo se contemplan tareas de identificación de ejemplos (138/218, de enumerar propiedades (62/218) y/o ejemplos de familias de sólidos (12/218). En los textos de la LOE aumenta el número de tareas de identificación (106/138) o de nombrar subfamilias; en ellas se suele mostrar representaciones y no se pide explicaciones en la respuesta.
- El proceso de *particularizar* está estrechamente ligado a la aplicación de la Fórmula de Euler en los poliedros regulares en todas las editoriales y planes de estudio.
- Tareas sobre establecimiento de relaciones (313/2627) se refieren a relaciones numéricas entre elementos de los sólidos (123/313), entre figuras planas (desarrollo plano, proyecciones, secciones, figura plana girando) y el sólido correspondiente (105/313) o entre sólidos (por el tamaño, inscripción, dualidad) (85/313). No hay diferencias considerables entre las editoriales (103/A, 109/S, 101/M) ni entre los planes de estudio (152/LOGSE y 161/LOE). Los cursos donde más actividades se contemplan son 2º (138/313) y 3º (119/313).
- La instrucción más utilizada ha sido *calcula* (733/2627) referida el cálculo de elementos, áreas o volúmenes. Le sigue *halla* (246/2627), *dibuja* (222/2627) y *determina* (60/2627). *Describir y clasificar* aparecen muy poco. Esta última aparece en 10 tareas en la editorial A en 3º de ESO de la LOE.
- La familia que menos se contempla en las tareas analizadas es la de los poliedros regulares (350/2627). Se utilizan sobre todo en tareas de descripción (103/350), cuando se determina el número de elementos que tienen o se pregunta por la forma de las caras y/o el orden de los vértices.
- La actividad que se desarrolla a partir de los diferentes procedimientos de generar sólidos es escasa y diferente según la editorial y el plan de estudios. Para ambos planes, la identificación de desarrollos planos es la tarea que más se propone en A (para la LOGSE, 20/42 y para la LOE, 13/28). En S lo es dibujar el desarrollo plano de un sólido dados datos numéricos (o sin ellos) (para la LOGSE, 12/23 y para la LOE, 19/51).
- Hay tareas que se contemplan sólo en uno de los planes y en alguna editorial. Por ejemplo, las proyecciones de los sólidos (y a la inversa) sólo se han incluido en 1º y 2º de S para la LOGSE.

Conclusiones

Según remarcan las investigaciones, el libro de texto es el material más utilizado en el aula por los docentes y estudiantes. Del estudio que hemos realizado podemos concluir:

1. El uso que se hace desde los sólidos para tratar los diferentes procesos matemáticos y para el establecimiento de relaciones es muy pobre.
2. No se explotan los procedimientos para generar sólidos para incidir sobre las propiedades y el dibujo de las formas que se generan y/o establecer relaciones entre los elementos implicados.
3. Hay diferencias en las editoriales a la hora de presentar los contenidos en los diferentes cursos. Esto se puede explicar por la flexibilidad que ofrece el currículo. Esta diferencia es más apreciable en la LOGSE que en la LOE. Esto puede ser debido a que en la LOGSE los contenidos no se separaban por cursos.
4. Hay contenidos propuestos por los currículos que no aparecen en algunas editoriales. Este es el caso de la dualidad y los poliedros semirregulares, que sólo se incluyen en 3º de A.

Como conclusiones finales cabe destacar la eficiencia del modelo construido para categorizar la geometría de los sólidos presente en los manuales escolares. A partir de él hemos podido determinar el tipo de actividad matemática relativa a los sólidos que se puede desarrollar en el supuesto de que se realicen las actividades propuestas en los textos examinados sin que se aporten otras sugerencias ni recursos. Esta información puede tomarse como referente para complementar estos Modelos de Enseñanza, en un intento de que la situación de la enseñanza de la geometría de los sólidos en la ESO cambie.

Referencias

- Butts, T. (1980). *Posing problems properly*. En S. Krulik y R. E. Reys (Eds.), *Problem Solving in School Mathematics*, pp. 23 - 33. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- Corberán, R.M. (1996). *Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde primaria a la universidad* (Tesis Doctoral). Valencia: Universitat de València.

- Del Olmo, M.A., Moreno, M.F., Gil, F. (1989). *Superficie y Volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis.
- García, M. A. (2009). *Modelo para categorizar el contenido de la geometría de los sólidos en la ESO. Su aplicación a tres manuales escolares*. Trabajo investigación 12 créditos, Valencia, Univesitat de Valencia.
- Gómez, B. (2001). La justificación de la regla de los signos en los libros de texto: ¿Por qué menos por menos es más? En P. Gómez y L. Rico (Eds) *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 257-275). Granada: Universidad de Granada.
- Gómez, B. (2007). Pasado y presente de los manuales escolares. *Seminário de Investigaçao em Educaçao Matemática XVIII* (pp. 1-8). Angra do Heroísmo. Azores: SIEM
- Gómez, B. (2009). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en didáctica de las matemáticas. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 21-35). Santander: SEIEM
- Guillén, G. (2004). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos: describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática. *Educación matemática*, 16 (3), pp. 79-101.
- Guillén, G. (2005). Análisis de la clasificación. Una propuesta para abordar la clasificación en el mundo de los sólidos. *Educación matemática*, 17 (3), pp.117-152.
- Guillén, G., González, E., García, M.A. (2009). Criterios específicos para analizar la geometría en libros de texto para la enseñanza primaria y secundaria obligatoria. Análisis desde los cuerpos de revolución. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 247-258). Santander: SEIEM
- Monterrubio, M.C., Ortega, T. (2009). Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 37-53). Santander: SEIEM
- Pérez, S., Guillén, G. (2007). Estudio exploratorio sobre creencias y concepciones de profesores de secundaria en relación con la geometría y su enseñanza. En P. Bolea; M. Camacho y P. Flores (Eds), *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 295-305). Tenerife: SEIEM
- Sierra, M., Rico, L., Gómez, B. (1997). El número y la forma. Libros impresos para la enseñanza del cálculo y la geometría. En Agustín Escolano (Ed.) *Historia ilustrada del libro escolar en España*. Vol. 2. Fundación G. S. Ruipérez y Ediciones Pirámide:Madrid.

Van Dormolen, J. (1986). Textual analysis. En B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on Mathematics Education*. (pp.141-171). Reidel Publishing Company.

Manuales escolares de las editoriales Anaya, Santillana y SM propuestos para el desarrollo de la LOGSE y la LOE en la Comunidad Valenciana.

Anexo I

39. ● Averigua el polígono que forma la base de una pirámide en cada caso.

- a) Si tiene 10 vértices.
- b) Si tiene 12 aristas.
- c) Si tiene 9 caras.

Codificación	S3G18439a
Contexto-situación	3B
Acción ligada	DES2A
Objeto geométrico	1Be;3a; 3l
Como se comunica	1B:2G
Tipo de problema	1

1. Describir puntualmente, localmente, globalmente, sólidos específicos/familias de sólidos (finitas o infinitas), elementos de los sólidos
- A: Usando atributos visuales.
 B: Usando atributos funcionales.
 C: Usando propiedades geométricas relativas a:
- a) Los elementos que los componen.
 - b) La altura
 - c) Los distintos tipos de ángulos
 - d) Las diagonales.
 - e) La simetría, armonía y regularidad
- D: Usando propias definiciones.
 E: Con ayuda de:
- a) Observaciones
 - b) Medida
 - c) Modelos Físicos
 - d) Dibujos, Fotografías
 - e) Desarrollo Plano
 - f) Construcción de modelos
- F: Comparando con otros:
- a) Expresando parecidos
 - b) Expresando diferencias
2. Cada la/s propiedad/es:
- (A) Identificar (asociar a) objetos geométricos (sólidos, familias de sólidos y/o figuras planas).
 B: Juzgar si es propiedad del objeto geométrico considerado.
3. Dibujar el objeto geométrico dado el nombre geométrico, desarrollo plano o características del sólido.

Cuadro I: Opciones y divisiones asociadas al criterio actividad matemática relativa a la descripción

Anexo II

Observaciones establecidas a partir de las investigaciones

1. Los objetos del entorno como contexto (11 observaciones)
 - (...)
2. Los procedimientos para generar sólidos como contexto.
 - 2.1. Se usa la construcción de estos sólidos con un desarrollo plano y/o el paso del sólido a un desarrollo plano para centrar la atención en las caras de las bases y la superficie lateral; se nombra el sólido en singular.
 - 2.2. La construcción a partir del desarrollo se usa para que se exprese una idea ingenua (genética) de la familia de sólidos correspondiente.
 - 2.3. Se usa la construcción a partir de la unidad base que sugiere Castelnuovo (1979), utilizando gomas y círculos/polgonos de cartulina dura, para obtener sólidos (cilindros, conos, prismas y pirámides) oblicuos a partir de los correspondientes rectos y/o se pide que se exprese una nueva idea para los sólidos que se tratan.
 - 2.4. Se generan sólidos de revolución a partir del giro de algunos polígonos y/o se interpreta el nombre de la familia y/o se pide que se exprese una idea posible para estos sólidos de revolución.
 - 2.5. La construcción con un procedimiento dado se usa para que se nombren diferentes características de los modelos construidos y/o diferentes propiedades geométricas.
 - 2.6. La construcción a partir de un procedimiento dado se usa para introducir y/o revisar ideas que se tienen sobre conceptos de la geometría plana (desarrollo plano, cilindro, circunferencia, elipse, rectángulo, romboide, sector circular) y/o sus elementos (lados, radio, diámetro, cuerda, arco de una circunferencia) y/o para relacionar la geometría de los sólidos con las figuras planas.
3. Extendiendo la actividad a partir de procedimientos para generar sólidos como contexto y/o en un contexto matemático (8 observaciones)
 - (...)
4. El estudio se retoma en otro momento posterior para descubrir otros resultados (4 observaciones).
 - (...)
5. Relativas a la medición y/o tipos de problemas:
 - 5.1. Se usan diferentes unidades de medidas para calcular la superficie y/o el volumen de sólidos y/o se expresan las mediciones indicando siempre la unidad de medida.
 - 5.2. Se halla cualitativamente la superficie y/o el volumen por procedimientos de estimación, comparación directa, comparación indirecta.
 - 5.3. Se usan fórmulas para el cálculo de superficies y volúmenes.
 - 5.4. Se Usan competencias que se desarrollan con el estudio del volumen de un cuerpo para resolver problemas.
 - 5.5. Son problemas de reconocimiento/ algorítmicos/...

CUADRO 2: OBSERVACIONES ESTABLECIDAS A PARTIR DE LAS INVESTIGACIONES